

MASTERARBEIT

**Charakterisierung elektrischer Eigenschaften
von Halbleitern und dünnen Schichten**

Autor: Albert HOLZ

Prüfer: Prof. Dr. Joachim WOLLSCHLÄGER

Zweitprüfer: Dr. Timo KUSCHEL

27. Juli 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Halleffekt	3
2.1.1	Hallkonstante	4
2.1.2	Hallbeweglichkeit	5
2.2	Halbleiter	6
2.2.1	n-Leiter	7
2.2.2	p-Leiter	8
2.2.3	Ladungsträgerdichte	9
2.3	Flächenwiderstand	10
3	Messmethode	11
3.1	Versuchsaufbau	11
3.2	Messmethode nach van der Pauw	13
3.2.1	Messung des Flächenwiderstands	13
3.2.2	Messung der Hallkonstante	14
3.3	modifizierte Messausführung	18
3.3.1	Messung der Hallkonstante	18
3.3.2	Messung des Flächenwiderstands	20
3.3.3	Berechnung der Seebeckspannung	21
3.3.4	Berechnung der Nernstspannung	21
3.3.5	Berechnung des Offsets	22
4	Materialsystem	23
4.1	Probe	23
4.2	Germanium	23
5	Ergebnisse	25
5.1	Voruntersuchung	25
5.1.1	Einfluss der parasitären Effekte auf die Hallspannung	25
5.1.2	Hallspannung ohne parasitäre Effekte	27
5.1.3	Seebeckspannung	28
5.1.4	Nernstspannung	29
5.1.5	Offsetspannung	30
5.1.6	Kontrollmessung	31
5.2	Temperaturabhängige Messungen	33
5.2.1	undotierte Germaniumprobe	33
5.2.2	n-dotierte Germaniumprobe	38
5.2.3	p-dotierte Germaniumprobe	43
6	Diskussion	49

7	spezifische Widerstandsmessung an Fe_3O_4 / MgO	51
7.1	Auswertung	52
7.2	Diskussion	54
8	Optimierungspotential	57
9	Zusammenfassung und Ausblick	59
10	Anhang	61
	Literaturverzeichnis	69

1 Einleitung und Motivation

Das 20. Jahrhundert bietet mit der Entwicklung des Computers die größte technische Innovation seit Erfindung der Dampfmaschine. Keine weitere Errungenschaft revolutionierte das Leben der Menschen so nachhaltig wie diese. Spätestens seit dem Jahrtausendwechsel verfügt so gut wie jeder deutsche Haushalt über einen PC mit Internetanbindung, es ist selbstverständlich bei Fragestellungen eine Suchmaschine zu bemühen oder über sein Smartphone zu kommunizieren. Die Berufswelt unterliegt diesem Wandel schon seit geraumer Zeit, Produktions- und Verwaltungsprozesse sind rechnergestützt. In einer globalisierten Welt, in der Stillstand Rückschritt bedeutet, ist es unabdingbar, die Weiterentwicklung dieser Innovation voranzutreiben. Halbleiter dienen als Grundlage zur Herstellung von Mikroprozessoren, welche als das Herzstück eines Computers bezeichnet werden dürfen. Somit ist die Forschung an Halbleiterelementen ein fundamentaler Beitrag zur Weiterentwicklung und somit zum Gestalten einer modernen Gesellschaft im 21. Jahrhundert.

Halbleiter werden durch ihre Dotierkonzentration, Ladungsträgerbeweglichkeit und Bandlücke charakterisiert. Insbesondere der spezifische Widerstand bzw. die Leitfähigkeit wird durch diese Parameter beeinflusst, dementsprechend ist die Kenntnis über ihren Wert bedeutsam. Ziel der Masterarbeit ist die Bestimmung dieser Kenngrößen mittels einer Hallspannungsmessung. Die quadratische Probe wird in Abhängigkeit von ihrer Temperatur untersucht. Primär soll der Einfluss und die Vermeidung von parasitären Effekten aufgezeigt werden. Ein Vergleich der Ergebnisse mit Literaturwerten soll die Zuverlässigkeit des Versuchsaufbaus bestätigen. Grundlage der Messungen ist der Halleffekt, also die Ablenkung von Elektronen in einem Magnetfeld, denn aus der daraus resultierenden Hallspannung lassen sich die gesuchten Charakteristika ableiten. In dieser Arbeit werden drei verschieden dotierte Halbleiter untersucht und gegenübergestellt. Zusätzlich werden temperaturabhängige Messungen an einer Magnetitschicht auf einem Magnesiumoxidsubstrat durchgeführt, um den Flächenwiderstand bzw. die Leitfähigkeit zu ermitteln.

Zu Beginn werden die theoretischen Grundlagen erläutert, um Begriffe und physikalische Effekte zu definieren. Der verwendete Versuchsaufbau nutzt die van-der-Pauw-Messmethode, welche Einflüsse, die den Messwert verfälschen eliminiert, ergo wird diesem Verfahren ein Kapitel gewidmet. Im Anschluss werden die Messergebnisse vorgestellt und interpretiert, um parasitäre Effekte zu identifizieren und die Zuverlässigkeit des Versuchsaufbaus zu bestätigen. Um die Messungen zu komplettieren wird in einem gesonderten Kapitel das temperaturabhängige Verhalten der Leitfähigkeit einer dünnen Magnetitschicht untersucht. Des Weiteren werden potentielle Optimierungen diskutiert. Beendet wird die Thesis mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Halleffekt

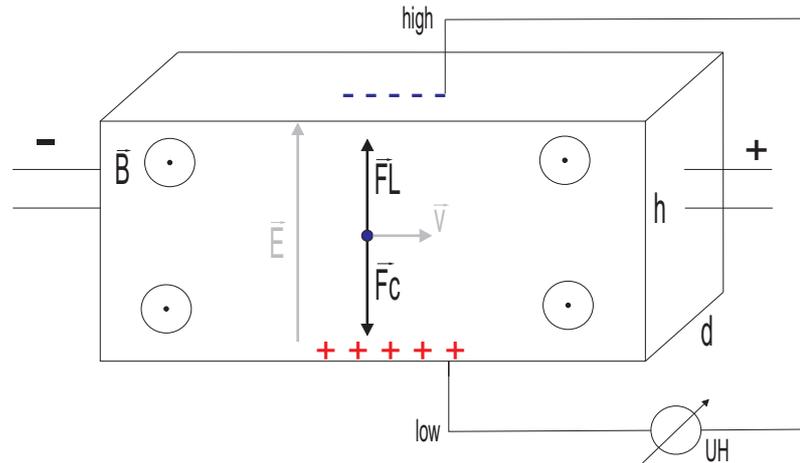


Abbildung 2.1: Darstellung des Halleffekts. Ein stromdurchflossener Leiter ist durchsetzt mit einem senkrecht zum Leiter wirkenden Magnetfeld \vec{B} . Die Richtung und Geschwindigkeit der beschleunigten Elektronen ist durch \vec{v} gekennzeichnet. Das Kräftegleichgewicht ist durch die Coulombkraft \vec{F}_C und die Lorentzkraft \vec{F}_L gegeben. Die erzeugte Hallspannung sowie das elektrische Feld werden mit den Symbolen U_H und \vec{E} versehen. Die Begriffe "low" und "high" zeigen die Beschaltung des Voltmeters. Die Höhe und die Dicke des Leiters ist mit h und d abgekürzt.

Für seine Promotionsarbeit von 1879 untersuchte Edwin Hall die Auswirkungen auf einen stromdurchflossenen elektrischen Leiter unter dem Einfluss eines Magnetfeldes. Er beobachtete den nach ihm benannten Halleffekt. Dieser beschreibt das Auftreten einer elektrischen Spannung, die sowohl senkrecht zum Magnetfeld als auch zur Stromrichtung anliegt. Denn ein Ladungsträger der einem Magnetfeld ausgesetzt ist, erfährt senkrecht zur Richtung seiner Bewegung und dem Magnetfeld eine Ablenkung, aufgrund der wirkenden Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = -e \cdot (-\vec{v}) \times \vec{B}, \quad (2.1)$$

wobei e die Elementarladung und \vec{B} die magnetische Flussdichte repräsentiert. Die Geschwindigkeit der Ladung ist mit \vec{v} gekennzeichnet. Die Folge dieser Krafteinwirkung ist die Ansammlung von Ladungsträgern in Richtung der Lorentzkraft. Abbildung 2.1 zeigt schematisch den Aufbau des Halleffekts. Der gezeigte Ladungsträger ist negativ, somit entsteht ein Überschuss im oberen und ein Mangel an Elektronen im unteren Bereich des Leiters. Diese Potentialdifferenz wird als Hallspannung bezeichnet. Einhergehend mit dieser Spannung baut sich ein elektrisches Feld \vec{E} auf, die daraus resultierende Coulombkraft wirkt entgegen der Lorentzkraft. Die Potentialdifferenz baut sich bis zum Kräftegleichgewicht

$$\vec{F}_C = \vec{F}_L \quad (2.2)$$

$$-e \cdot \vec{E} = -e \cdot (-\vec{v}) \times \vec{B} \quad (2.3)$$

auf. Die Elektronen erfahren in diesem Fall nur noch eine Beschleunigung in x-Richtung.

Für die Hallspannung gilt

$$U_H = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -h \cdot \vec{E}, \quad (2.4)$$

wobei das Integral entlang des Weges, auf dem das elektrische Feld wirkt, also der Höhe h , gebildet wird. Voraussetzung ist die Orthogonalität von h zu \vec{v} und \vec{B} .

Die Stromdichte lässt sich wie folgt definieren

$$\vec{j} = -e \cdot n \cdot (-\vec{v}), \quad (2.5)$$

mit n als Ladungsträgerdichte, in diesem Fall Elektronen pro Volumen.

Verknüpft man die Stromdichte mit der Gleichung des Kräftegleichgewichts erhält man für die Hallspannung

$$U_H = \frac{I \cdot B}{-e \cdot n \cdot d} \quad (2.6)$$

mit I als elektrischer Stromstärke und B der magnetischen Flussdichte. Die Variable d steht für die Dicke des Leiters.

Bei einem positiven Ladungsträger gelten dieselben Gesetzmäßigkeiten, lediglich die Richtung der Kräfte ist vertauscht. Dies würde für die obige Abbildung bedeuten, dass im oberen Bereich ein Überschuss und im unteren Bereich ein Mangel an positiven Ladungsträgern entsteht. Praktisch bedeutet dies, dass sich das Vorzeichen der Hallspannung umkehrt, somit lässt sich daraus die Art der Ladungsträger ableiten.[1] [2]

Für negative Ladungsträger gilt $U_H < 0$ und für positive $U_H > 0$.

2.1.1 Hallkonstante

Hall stellte zudem fest, dass der Quotient $\frac{U_H \cdot d}{I \cdot B}$ konstant ist. Wird der Strom in einem Leiter lediglich von negativen Ladungsträgern getragen, gilt für die Hallkonstante

$$A_H = -\frac{1}{-e \cdot n} \quad (2.7)$$

und für positive Ladungsträger

$$A_H = \frac{1}{e \cdot p}, \quad (2.8)$$

wobei p die Anzahl an positiven Ladungsträgern pro Volumen angibt.

Wird der Strom in einem Leiter sowohl von negativen als auch von positiven Ladungsträgern getragen, gilt für die Hallkonstante

$$A_H = \frac{p \cdot \mu_p^2 - n \cdot \mu_n^2}{e(p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n)^2} \quad (2.9)$$

In diesem Fall werden auch die jeweiligen Beweglichkeiten der Ladungsträger, also μ_p für positive und μ_n für negative Ladungsträger berücksichtigt.[3]

2.1.2 Hallbeweglichkeit

Im Allgemeinen beschreibt die Beweglichkeit den Einfluss eines elektrischen Feldes auf einen Ladungsträger. Es gilt der Zusammenhang

$$v_d = \mu \cdot E, \quad (2.10)$$

μ steht für die Beweglichkeit und gibt die Proportionalität zwischen dem elektrischen Feld und der Driftgeschwindigkeit v_d an.[4] Die Driftgeschwindigkeit gibt die durchschnittliche Geschwindigkeit von bewegten Ladungsträgern in einem elektrischen Feld an.

Betrachtet man die Ladungsträger, die zur Hallspannung beitragen, spricht man von der Hallbeweglichkeit, die sich wie folgt berechnen lässt

$$\mu_H = \frac{\sigma}{e \cdot n}. \quad (2.11)$$

Diese Gleichung gilt für negative Ladungsträger mit σ als Leitfähigkeit. Die Leitfähigkeit wird in Abschnitt 2.3 definiert.

Für positive Ladungsträger gilt entsprechend[3]

$$\mu_H = \frac{\sigma}{e \cdot p}. \quad (2.12)$$

Im Falle einer Leitung durch negative und positive Ladungsträger gilt

$$\mu_H = \frac{p \cdot \mu_p^2 - n \cdot \mu_n^2}{p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n}, \quad (2.13)$$

μ_n bzw. μ_p kennzeichnen die Beweglichkeit der negativen bzw. positiven Ladungsträger.[5]

Die Beweglichkeit wird hauptsächlich durch zwei Phänomene beeinflusst. Ionisierte Störstellen lenken aufgrund der wirkenden Coulombkraft die Ladungsträger auf ihrer Bahn ab. Zusätzlich liegt eine Streuung durch Phononen vor, genauer die Bewegung der Ladungsträger wird durch Gitterschwingungen beeinflusst. Abbildung 2.2 zeigt den Verlauf der Beweglichkeit in Abhängigkeit von der Temperatur.

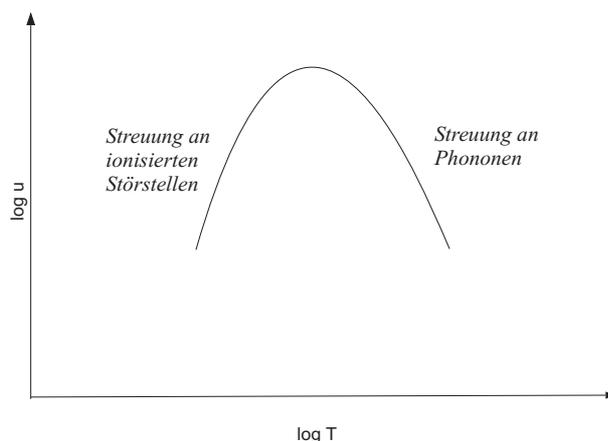


Abbildung 2.2: Schematische Abhängigkeit der Beweglichkeit in einem Halbleiter von der Temperatur bei Streuung an Phononen und an ionisierten Störstellen. Abbildung entnommen und abgeändert aus[3]

Mit steigender Temperatur nimmt der Einfluss der ionisierten Störstellen ab, da die Geschwindigkeit der Ladungsträger zunimmt und somit die Einwirkzeit der Coulombkraft sinkt. Proportional zum Temperaturanstieg wächst die Anzahl an Phononen, diese beeinflussen bei hohen Temperaturen die Beweglichkeit vorrangig, sodass diese sinkt.[3] Folgendes Potenzgesetz

$$\mu_H \propto T^\alpha \tag{2.14}$$

beschreibt in der Praxis die Hallbeweglichkeit. Die Steigung einer doppellogarithmischen Auftragung von Beweglichkeit über der Temperatur liefert den Exponenten. Ein negativer Exponent deutet darauf, dass die Streuung an Phononen gegenüber der Streuung an ionisierten Störstellen dominiert. Demzufolge deutet ein positiver Exponent auf das Gegenteil hin.[6]

2.2 Halbleiter

Festkörper lassen sich bezüglich ihrer Leitfähigkeit in drei verschiedene Kategorien unterteilen, Leiter, Halbleiter und Isolatoren.

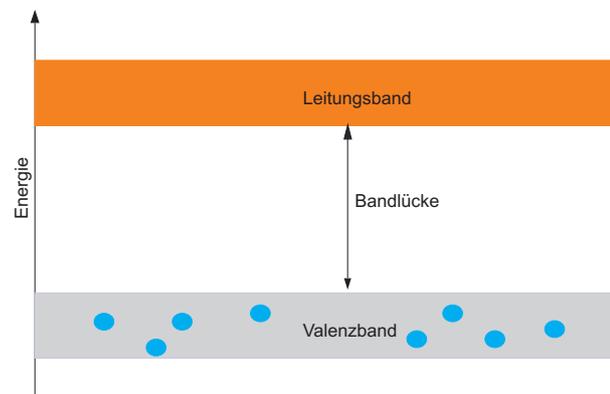


Abbildung 2.3: Bändermodell eines Halbleiters. Die blauen Punkte stellen Elektronen dar.

Abbildung 2.3 zeigt das Bändermodell eines Halbleiters. Das Valenzband repräsentiert das Energieniveau der gebundenen Elektronen. Bei Energiezufuhr lösen sich diese Elektronen und tragen zur Leitfähigkeit bei. Sie befinden sich auf einem höheren Energieniveau, repräsentiert durch das Leitungsband. Festkörper werden durch die Bandlücke zwischen dem Valenz- und dem Leitungsband charakterisiert. Bei Isolatoren ist dieser Abstand so groß, dass Elektronen den Übergang in das Leitungsband nicht vollziehen können. Bei Leitern überlappt das komplett mit Elektronen aufgefüllte Valenzband, das leere Leitungsband oder das Valenzband ist nicht voll besetzt. Beide Fälle können auch gleichzeitig auftreten. Bei Halbleitern existiert eine Bandlücke, diese ist jedoch kleiner als bei den Isolatoren, mit steigender Temperatur zeigen sie somit ein Leitungsverhalten. Der Fokus dieser Arbeit richtet sich auf Halbleiter.

Zu den wichtigsten Halbleitern zählen Silizium und Germanium, letzterer ist Gegenstand der Untersuchungen in dieser Arbeit. Germanium besitzt vier Außenelektronen, welche jeweils eine Valenzbindung mit den Außenelektronen des Nachbaratoms eingehen. Bei Energiezufuhr löst sich ein Elektron aus dieser Bindung und hinterlässt ein "Loch" respektive einen positiven Ladungsträger. [7]

2.2.1 n-Leiter

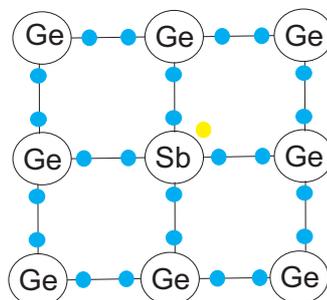


Abbildung 2.4: Schematische Skizze von dotiertem Germanium. Das mittlere Atom mit Sb beschriftet, symbolisiert ein Antimonatom, die mit Ge beschrifteten stehen für das Germanium. Die gelb gefärbte Kreisfläche zeigt ein Elektron, welches keine Bindung eingegangen ist.

Die Eigenschaften von Halbleitern werden durch gezieltes hinzufügen von Fremdatomen modifiziert. In dieser Arbeit wird mit Antimon angereichertes Germanium verwendet. Antimon verfügt über 5 Valenzelektronen. Dies hat zur Folge, dass ein Valenzelektron nicht an der Bindung zum Germanium beteiligt ist (vgl. Abbildung 2.4).

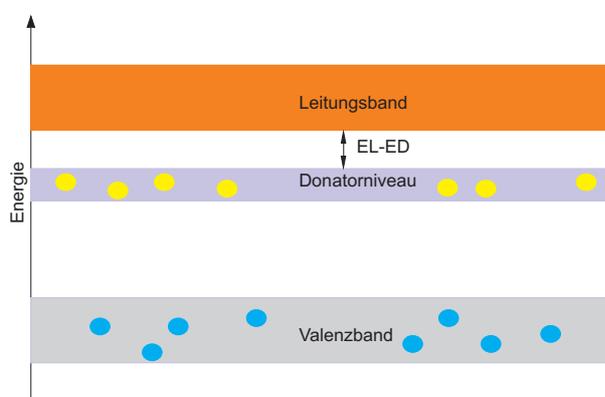


Abbildung 2.5: Bändermodell eines n-dotierten Halbleiters. Die blauen und gelben Punkte stellen Elektronen dar. Die Differenz zwischen dem Energieniveau des Leitungsbandes und dem Donatorniveau ist mit $E_L - E_D$ gekennzeichnet.

Im Bändermodell liegt das Energieniveau dieses Valenzelektrons, auch Donatorniveau genannt, knapp unterhalb des Leitungsbandes. Bei Energiezufuhr geht das Elektron jedoch in das Leitungsband über und trägt zur elektrischen Leitfähigkeit bei (vgl. Abbildung 2.5). Somit wird die Leitfähigkeit hauptsächlich von negativen Ladungsträgern getragen, daher die Bezeichnung negativer Halbleiter oder verkürzt n-Leiter. Synonym spricht man von einer n-Dotierung des Halbleiters. Die Materialkombination des dotierten Halbleiters ist durch den Abstand des Leitungsbandes zu dem Donatorniveau charakterisiert. [2]

2.2.2 p-Leiter

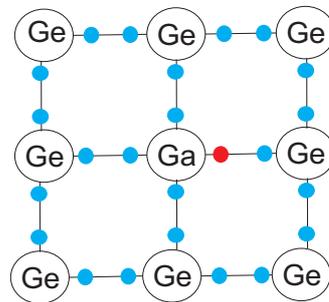


Abbildung 2.6: Schematische Skizze von dotiertem Germanium. Das mittlere Atom mit Ga beschriftet, symbolisiert ein Galliumatom, die mit Ge beschrifteten stehen für das Germanium. Die rot gefärbte Kreisfläche zeigt ein fehlendes Elektron.

Eine weitere Probe, die in dieser Arbeit verwendet wird, ist mit Gallium angereichertes Germanium. Gallium besitzt 3 Valenzelektronen. Dies hat zur Folge, dass lediglich 3 der 4 Valenzelektronen vom Germanium an der Bindung beteiligt sind. Dieses Defektelektron entspricht einer positiven Ladung und wird als "Loch" bezeichnet. Die obige Abbildung 2.6 veranschaulicht dies.

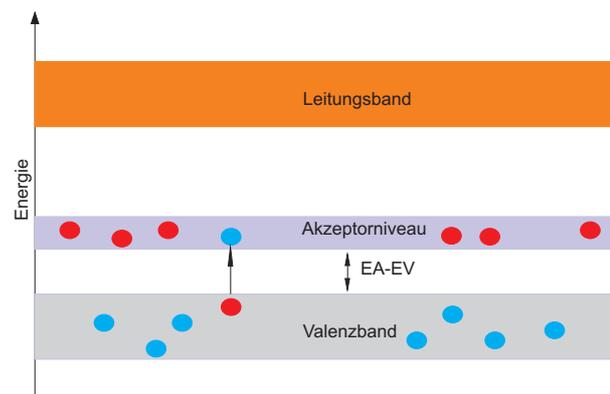


Abbildung 2.7: Bändermodell eines p-dotierten Halbleiters. Die blauen Punkte stellen Elektronen dar. Die roten Punkte stellen Defektelektronen dar. Die Differenz zwischen dem Energieniveau des Akzeptorniveaus und dem Valenzband ist mit $E_A - E_V$ gekennzeichnet.

Das Energieniveau dieses "Lochs", auch Akzeptorniveau genannt, liegt oberhalb des Valenzbandes. Bei Energiezufuhr werden diese "Löcher" von Elektronen aus dem Valenzband besetzt, folglich entstehen positive Ladungsträger im Valenzband (vgl. Abbildung 2.7). Somit wird die Leitfähigkeit hauptsächlich von positiven Ladungsträgern getragen, daher die Bezeichnung positiver Halbleiter oder verkürzt p-Leiter. Synonym spricht man von einer p-Dotierung des Halbleiters. Die Materialkombination des Halbleiters ist durch den Abstand des Valenzbandes zu dem Akzeptorniveau charakterisiert.[2]

2.2.3 Ladungsträgerdichte

Die Dichte der Ladungsträger, die zur Leitfähigkeit beitragen, ist temperaturabhängig. Abbildung 2.8 zeigt exemplarisch einen charakteristischen Verlauf für einen n-dotierten Halbleiter.

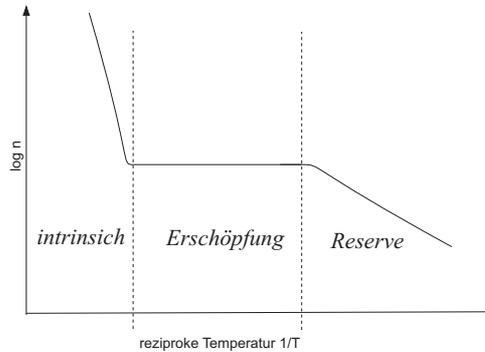


Abbildung 2.8: Logarithmisch aufgetragene Elektronendichte n über der reziproken Temperatur $1/T$ für einen n-dotierten Halbleiter. Abbildung entnommen und abgeändert aus [3].

Bei Abbildung 2.8 handelt es sich um einen Arrhenius-Plot, sprich die Ordinatenachse ist logarithmisch aufgetragen und die Abszissenachse stellt die reziproke Temperatur dar. In Relation zur Temperatur lässt sich die Elektronendichte in drei Abschnitte unterteilen. Mit steigender Temperatur steigt die Anzahl an Elektronen, die aus dem Donatorniveau in das Leitungsband übergehen, dieser Bereich wird Reserve genannt.

Erhöht man die Temperatur weiter, so werden alle Störstellen ionisiert, sodass sich keine Elektronen mehr im Donatorniveau befinden. Dies hat zur Folge, dass sich die freien Elektronen im Leitungs- und die gebundenen Elektronen im Valenzband befinden. Die mittels Temperatur zugeführte Energie reicht noch nicht aus, um die gebundenen Elektronen zu lösen. Im Diagramm spiegelt sich diese Phase im konstanten Verlauf der Funktion wieder. Dieser Bereich wird Erschöpfung genannt. Die Elektronendichte, die in dieser Phase erreicht ist, entspricht der Dichte an Elektronen mit denen der Halbleiter dotiert ist.

Steigt die Temperatur weiter, lösen sich die gebundenen Elektronen und gehen vom Valenz- in das Leitungsband über, folglich ist ein Anstieg der Dichte in Abbildung 2.8 zu erkennen. Dies ist der intrinsische Bereich.

Für positive Ladungsträger gelten dieselben Zusammenhänge.[3]

Für die Ladungsträgerdichte im intrinsischen Bereich gilt

$$n = p \propto \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right), \quad (2.15)$$

mit T für die Temperatur, k_B für die Boltzmann-Konstante und E_g für die Bandlücke. Die Bandlücke steht für die Differenz zwischen dem Leitungs- und dem Valenzband.

Für die Hallkonstante im intrinsischen Bereich gilt

$$A_H = \frac{\mu_p^2 - \mu_n^2}{e \cdot n_i \cdot (\mu_p + \mu_n)^2}, \quad (2.16)$$

mit $n_i = n = p$, denn in diesem Bereich entspricht die Dichte der Elektronen der Dichte der Defektelektronen.

Formel 2.15 eingesetzt in Formel 2.16 und logarithmiert liefert

$$\ln(A_H) = \frac{E_g}{2k_B T} \cdot T^{-1} + \text{const.} \quad (2.17)$$

Folglich liefert die Steigung in einem natürlich logarithmiertem Plot mit reziproker Temperatur an der Abszissenachse die Bandlücke. [6]

2.3 Flächenwiderstand

Der elektrische Widerstand einer elektrisch leitfähigen dünnen Schicht wird als Flächenwiderstand bezeichnet. In diesem Kontext gilt eine Schicht als dünn, wenn der elektrische Strom der sie durchdringt, sich nur parallel zu dieser Schicht ausbreiten kann. [8] Die in dieser Arbeit verwendete dünne Schicht besteht aus Magnetit und weist eine Dicke von $0,023 \mu\text{m}$ auf. Die mathematische Bestimmung des Flächenwiderstands wird in Abschnitt 3.2.1 ausführlich beschrieben.

Ist die Dicke der Probe bekannt, so liefert die Multiplikation mit der Dicke d mit dem Flächenwiderstand

$$\rho = R_S \cdot d \quad (2.18)$$

den spezifischen Widerstand ρ .

Der Kehrwert von ρ liefert die Leitfähigkeit σ .

3 Messmethode

3.1 Versuchsaufbau

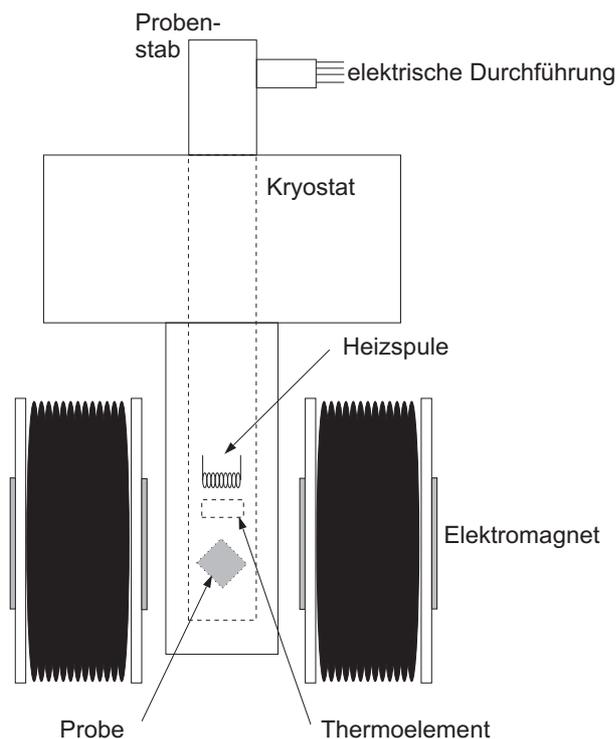


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

Den Kern des Versuchsaufbaus bildet der Probenstab, an diesem ist die Probe befestigt. Die Probenaufnahme ist mit vier Kontakten versehen. Zwei dieser Kontakte dienen dem Anlegen einer Spannung mittels einer Konstantstromquelle. An den übrigen Kontakten wird die anfallende Spannung detektiert. Die Auswahl der Kontakte erfolgt durch eine Schaltmatrix. Ein Thermoelement ist ca. 1,5cm über der Probe platziert und erlaubt eine Kontrolle der Probentemperatur. Der Probenstab wird in den mit flüssigem Stickstoff befüllten Kryostaten eingelassen, um die Probe zu kühlen. Die Regelung der Temperatur erfolgt über eine Heizspule, die sich ebenfalls auf dem Probenstab, über dem Thermoelement, befindet. Zusätzlich ist es möglich die Probe mittel eines Elektromagneten einem Magnetfeld auszusetzen. Die Regelung der magnetischen Flussdichte erfolgt über die Stromstärke, die den Elektromagneten durchdringt.

Aufgrund der Sättigung der Pole gilt keine Proportionalität zwischen der Stromstärke und der magnetischen Flussdichte. Deshalb bedarf es einer Kalibrierung der Magnetspule, um diesem Umstand Rechnung zu tragen.

Abbildung 3.2 zeigt zwei Pfade der Hysterese der verwendeten Magnetspule.

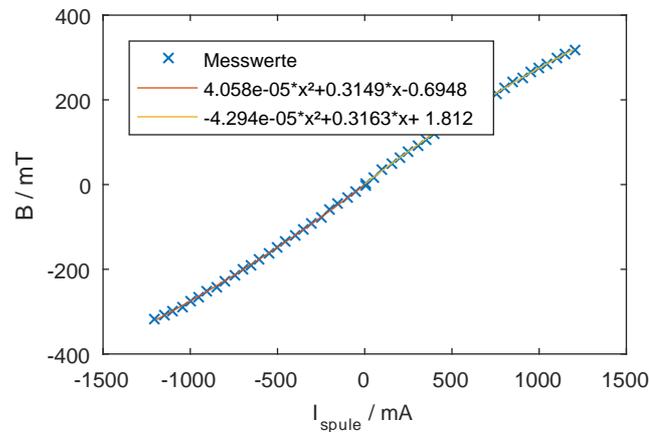


Abbildung 3.2: Zwei Pfade der Hysterese von der verwendeten Magnetspule. Die magnetische Flussdichte ist in Abhängigkeit von dem Spulenstrom aufgetragen. Die rote bzw. gelbe Linie zeigt die Regression mit einem Polynom 2ten Grades.

Die aufgenommenen Messwerte liefern folgende Funktionen zur Umrechnung des Spulenstroms in die magnetische Flussdichte.

Für positive Spulenströme ergibt sich folgende Regression mit einem Polynom 2ten Grades:

$$B = -4,294 \cdot 10^{-5} \cdot I_{Spule}^2 + 0,3163 \cdot I_{Spule} + 1,812 \quad (3.1)$$

Für negative Spulenströme ergibt sich folgende Regression mit einem Polynom 2ten Grades:

$$B = 4,058 \cdot 10^{-5} \cdot I_{Spule}^2 + 0,3149 \cdot I_{Spule} - 0,6948 \quad (3.2)$$

Um zu gewährleisten, dass bei Variation der magnetischen Flussdichte die Werte der angefiteten Pfade verwendet werden, wird zunächst die maximale positive magnetische Flussdichte angefahren. Anschließend wird die benötigte positive magnetische Flussdichte eingestellt. Für den benötigten Wert der negativen magnetischen Flussdichte wird analog vorgegangen.

3.2 Messmethode nach van der Pauw

Leo J. van der Pauw entwickelte eine nach ihm benannte Messmethode, welche unabhängig von der Proben- und Kontaktgeometrie ist.[9] Sie liefert einen Wert für den Flächenwiderstand. Weiterhin lässt sich mit dieser Methode die Hallkonstante bestimmen.

Es bedarf jedoch folgender Bedingungen, um ein Gelingen der Messung zu gewährleisten:

- ideale punktförmige Kontakte
- alle Kontakte sollten aus demselben Material sein
- die Kontakte sollten am Rand der Probe liegen
- dünne homogene Schicht ohne geometrische Löcher bzw. ohne Isolationspunkte
- gleichmäßige Dicke der Probe

3.2.1 Messung des Flächenwiderstands

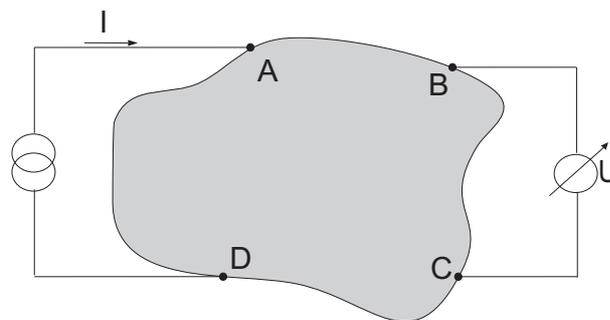


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der van der Pauw-Messanordnung. Der Strom I wird über die Kontakte D und A eingepreßt. An den Kontakten B und C wird die anfallende Spannung U abgegriffen.

Abbildung 3.3 zeigt exemplarisch eine Probe. An einer beliebigen Probengeometrie wird an zwei Punkten D und A ein Strom eingepreßt, parallel wird an zwei weiteren Punkten B und C die daraus resultierende Spannung gemessen. Der Quotient aus diesen beiden Werten liefert den Widerstand

$$R_{DA,CB} = \frac{U_{CB}}{I_{DA}}. \quad (3.3)$$

Dreht man die Probe um 90° gegen den Uhrzeigersinn, so wird der Strom an den Punkten A und B eingepreßt und die Spannung an den Punkten C und D gemessen. Dies führt zu dem Widerstand

$$R_{AB,DC} = \frac{U_{DC}}{I_{AB}}. \quad (3.4)$$

Bei Annahme einer radialen Stromausbreitung und Verwendung der konformen Transformation in Kombination mit dem Superpositionsprinzip erhält man

$$1 = \exp\left(-\frac{\pi}{R_S} \cdot R_{DA,CB}\right) + \exp\left(-\frac{\pi}{R_S} \cdot R_{AB,DC}\right), \quad (3.5)$$

mit R_S für den Flächenwiderstand.

Für R_S als gesuchte Größe lässt sich die Gleichung jedoch nur iterativ oder durch eine Näherungsformel lösen. Die Näherungsformel lautet:

$$R_S = \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot \frac{R_{DA,CB} + R_{AB,DC}}{2} \cdot f. \quad (3.6)$$

Die undefinierte Form der Probe wird durch den Korrekturfaktor f berücksichtigt. Sein Wert ist abhängig von dem Verhältnis von $R_{DA,CB}$ zu $R_{AB,DC}$ und ist der Arbeit von van der Pauw zu entnehmen.[9]

Verwendet man eine symmetrische Geometrie, wie es in dieser Arbeit der Fall ist, so muss gelten $R_{DA,CB} = R_{AB,DC}$. Dies vereinfacht die Näherungsformel zu

$$R_S = \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot R_{DA,CB}, \quad (3.7)$$

wie bereits erwähnt, zeigt Formel 3.7 keine Abhängigkeit von der Kontaktgeometrie.[9]

In dieser Arbeit wird zur Lösung der iterative Weg gewählt. Folgende Formel bildet die Basis des verwendeten Algorithmus [10]:

$$R_{S+1} = R_S + R_S^2 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\pi \cdot R_{DA,CB}}{R_S}} - e^{-\frac{\pi \cdot R_{AB,DC}}{R_S}}}{\pi(R_{DA,CB} \cdot e^{-\frac{\pi \cdot R_{DA,CB}}{R_S}} + R_{AB,DC} \cdot e^{-\frac{\pi \cdot R_{AB,DC}}{R_S}})} \quad (3.8)$$

Als Startwert wird der Mittelwert von $R_{DA,CB}$ und $R_{AB,DC}$ verwendet. Die Berechnung wird bis zu einer Abweichung von 0,0005% zwischen R_{S+1} und R_S durchgeführt, aber maximal 10^5 mal.

3.2.2 Messung der Hallkonstante

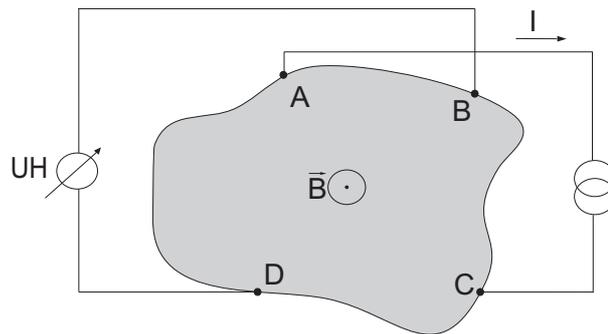


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der van der Pauw - Messanordnung. Der Strom I wird über die Kontakte A und C eingepreßt. An den Kontakten D und B wird die anfallende Hallspannung U_H abgegriffen. Die magnetische Flussdichte ist mit \vec{B} gekennzeichnet.

Die Hallspannung wird an den Punkten D und B gemessen, während der Strom über die Punkte A und C eingepreßt wird. Mit der in dem vorigen Abschnitt verwendeten Notation lässt sich die Hallspannung wie folgt ausdrücken $U_{AC,DB}$. Wirkt die magnetische Flussdichte auf die Probe,

erweitert sich die Notation zu $U_{AC,DB}^+$. Bei Richtungswechsel der magnetischen Flussdichte wird ein Minussymbol verwendet.

Auf Basis dieser Messungen mit Hilfe von Formel 2.6 berechnet van der Pauw die Hallkonstante mit [9]

$$A_H = \frac{(U_{AC,DB}^+ - U_{AC,DB})}{I} \cdot \frac{d}{B} = \Delta R_{AC,DB} \cdot \frac{d}{B}. \quad (3.9)$$

Ist die Hallkonstante bekannt, lässt sich mit Hilfe der Gleichungen 2.7 bzw. 2.8 die Ladungsträgerdichte bestimmen. Ist diese wiederum bekannt, führen die Gleichungen 2.11 bzw. 2.12 zu der Hallbeweglichkeit.[10]

Dieses Vorgehen weist jedoch ein Defizit auf, denn es wirken parasitäre Effekte auf die Probe ein, die den Messwert der Hallspannung verfälschen. Bevor der Einfluss auf die Messung explizit beschrieben wird, werden die Effekte im Folgenden definiert.

Seebeckeffekt

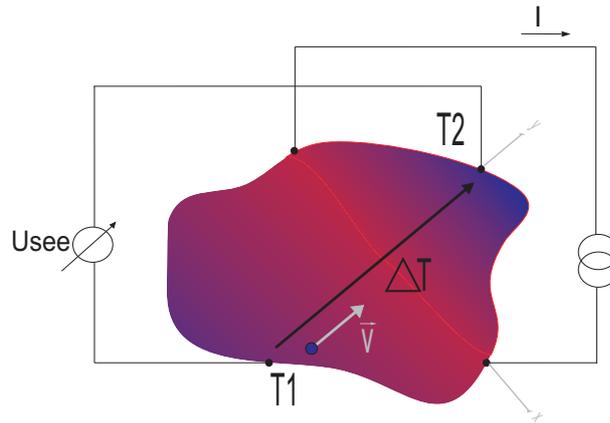


Abbildung 3.5: Schematische Skizze des Seebeckeffekts. Die Probe, Material A ist über die Kontaktstellen 1 und 2 mit den Kontakten, Material B verbunden. Für die Temperaturen an den Kontaktstellen gilt $T_1 \neq T_2$, die Differenz ist mit ΔT gekennzeichnet. Die rote Tuschierung steht für den wärmeren Bereich, demnach steht die blaue für den kälteren Bereich. Die Geschwindigkeit des Elektrons ist mit \vec{v} angedeutet. Die resultierende Seebeckspannung ist mit U_{see} kenntlich gemacht. Als Ursache für den wärmeren Bereich ist der Längsstrom I eingezeichnet.

Basierend auf der Thermodiffusion, also dem Konzentrationsausgleich zwischen Elektronen mit einem höherem und einem niedrigerem energetischen Niveau, baut sich eine Spannung zwischen Kontaktstellen zweier Materialien auf, wenn eine Temperaturdifferenz zwischen diesen vorliegt. [11] Dieses Phänomen wird als Seebeckeffekt bezeichnet und mathematisch wie folgt beschrieben

$$U_{see} = (S_A - S_B)(T_1 - T_2). \quad (3.10)$$

Beiden Materialien wird mit S_A und S_B eine Materialkonstante, genannt Seebeckkoeffizient, zugeordnet. Dieser beschreibt die Höhe der Seebeckspannung pro Temperatureinheit für das jeweilige Material. Die Koeffizienten sind im Allgemeinen temperaturabhängig. Für einen kleinen Temperaturbereich werden sie jedoch als konstant angenommen. Die obige Gleichung gilt unter

dieser Annahme. Die Temperaturen an den Kontaktstellen sind mit T_1 und T_2 gekennzeichnet. [12]

Wie in Abbildung 3.5 angedeutet, entsteht durch die jousche Wärme ein Bereich erhöhter Temperatur zwischen den Kontakten an denen der Längsstrom eingepreßt wird. Breitet sich die Wärme nicht gleichmäßig aus, führt das zu einem Temperaturdifferenz an den für die Hallmessung verwendeten Kontakten. Mögliche Ursachen für den Temperaturunterschied an den Punkten 1 und 2 in dem hier verwendeten Messaufbau könnten Inhomogenitäten innerhalb der Schicht, unterschiedliche Abstände zwischen den Kontakten, als auch Unterschiede in den Kontaktwiderständen sein. Die elektrische Leistung, die vom Längsstrom verrichtet und zu einem Großteil in Wärme umgewandelt wird, gehorcht der Gleichung

$$P_{el} = I^2 \cdot R, \tag{3.11}$$

mit I für den Längsstrom und R für den elektrischen Widerstand.[7] Somit sollte die Temperaturdifferenz bzw. die daraus resultierende Seebeckspannung quadratisch mit dem Längsstrom ansteigen.

Nernsteffekt

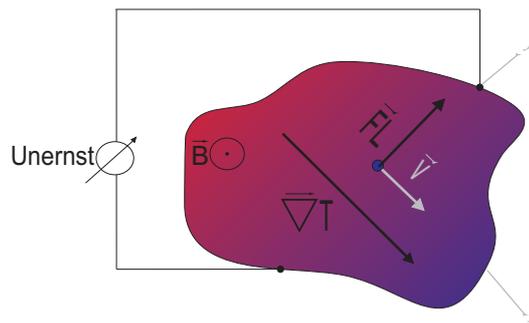


Abbildung 3.6: Schematische Skizze des Nernsteffekts. Der Temperaturgradient $\vec{\nabla}T$ deutet den Temperaturverlauf an. Das Magnetfeld ist mit \vec{B} , die Geschwindigkeit des Elektrons mit \vec{v} und die Lorentzkraft mit \vec{F}_L gekennzeichnet. Die resultierende Nernstspannung ist mit U_{nernst} kenntlich gemacht.

Der Nernsteffekt gilt als Analogon zum Halleffekt. Lediglich die Ursache für die Bewegung der Elektronen ist verschieden, statt einer Spannung ist es in diesem Fall ein Wärmestrom. Wirkt ein Magnetfeld senkrecht auf einen Temperaturgradienten, werden die Elektronen durch die Lorentzkraft abgelenkt, folglich entsteht orthogonal zu den beiden ein elektrisches Feld und somit die messbare Nernstspannung. Mathematisch ist dieses elektrische Feld definiert mit

$$E_y = N \cdot B_z \cdot \nabla T_x, \tag{3.12}$$

wobei die Variablen ∇T_x für den Temperaturgradienten und N für den Nernstkoeffizienten stehen. Die Gleichung gilt unter der Bedingung, dass B_z und ∇T_x einen rechten Winkel bilden. [13]

Um bei der Messung der Hallspannung einen Beitrag der Nernstspannung zu erhalten, muss der Temperaturgradient dieselbe Richtung wie der Längsstrom aufweisen. Mögliche Ursachen

für den Wärmestrom in dieser Richtung könnten Inhomogenitäten innerhalb der Probe, sowie unterschiedlich Kontaktwiderstände sein. Zusätzliche Ursache könnte eine ungleichmäßige Erwärmung der Probe durch die Heizspule sein. Auch in diesem Fall steht der Temperaturgradient in Beziehung zu der elektrischen Leistung, siehe Formel 3.11, folgerichtig würde die Nernstspannung quadratisch mit dem Längsstrom ansteigen.

Offset

Die Inhomogenität der Probe bzw. nicht definierte Stromausbreitung entlang einer vorgegebenen Richtung erzeugt unterschiedliche elektrische Potentiale bzw. eine Differenz zwischen den Äquipotentiallinien an Messpunkten für die Hallspannung. Die so entstehende Offsetspannung verfälscht die Hallspannungsmessung. Die Offsetspannung steigt proportional mit dem Längsstrom.

mathematischer Nachweis über das Defizit der Messmethode nach van der Pauw

Die benannten Effekte beeinflussen den Messwert maßgeblich. Dieser Umstand wird in der Ausführung von van der Pauw jedoch nicht berücksichtigt.[9]

	$\varphi_{\text{Voltmeter}}$	I	B	U_H	U_{off}	U_{see}	U_{nernst}
$U_{AC,DB}$	+	+	0	0	+	+	0
$U_{AC,DB}^+$	+	+	+	+	+	+	+

Tabelle 3.1: Gegenüberstellung der Vorzeichen der anfallenden Spannungen für die Messanordnung $U_{AC,DB}$ mit und ohne Wirkung der magnetischen Flussdichte. $\varphi_{\text{Voltmeter}}$ steht für die Anordnung der Potentiale des Voltmeters. In diesem Fall ist ihre Anordnung konstant.

Tabelle 3.1 zeigt die Vorzeichen der auftretenden Spannungen mit und ohne Wirkung der magnetischen Flussdichte. Ist dieser Einfluss nicht vorhanden, existiert keine Hall- und Nernstspannung. Der Offset und die Seebeckspannung sind unabhängig von der magnetischen Flussdichte. Die Differenz von $U_{AC,DB}^+$ und $U_{AC,DB}$ zeigt eine Messwertverfälschung durch den Nernsteffekt

$$\Delta U_{AC,DB} = U_{AC,DB}^+ - U_{AC,DB} = U_H + U_{\text{off}} + U_{\text{see}} + U_{\text{nernst}} - U_{\text{off}} - U_{\text{see}} = U_H + U_{\text{nernst}} \quad (3.13)$$

Folglich ist der Faktor $\Delta R_{AC,DB}$ in Formel 3.9 eine fehlerbehaftete Größe und verfälscht das Ergebnis für die Hallkonstante. Um diesen Fehler zu korrigieren bedarf es einer Modifikation im Messvorgehen.

3.3 modifizierte Messausführung

3.3.1 Messung der Hallkonstante

Die Hallspannung sollte sowohl bei Einfluss einer positiven als auch bei einer negativen magnetischen Flussdichte gemessen werden. Des Weiteren sind ideale punktförmige Kontakte, wie von der Pauw sie fordert, in der Praxis schwer zu realisieren. Durch die Form der Probe kann der Einfluss der Kontaktgröße in dem Maße verändert werden, dass er vernachlässigbar gering ist. Nach von der Pauw sollte hierfür idealerweise eine Kleeblattstruktur verwendet werden, siehe im Anhang Abbildung 10.1. [9] Aus technischen Gründen werden in dieser Arbeit jedoch alternativ quadratische Probenabmessungen gewählt.

Der verwendete Messplatz bietet die in Abbildung 3.7 dargestellten vier Messanordnungen.

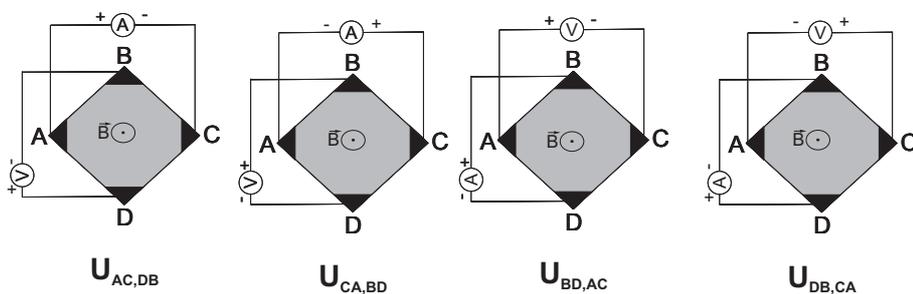


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung der möglichen Hallmessanordnungen. Die Kontaktstellen sind mit A bis D gekennzeichnet. Die Richtung des Stroms bzw. der Spannung ist mit +/- angedeutet.

Zur Eliminierung der Effekte würden die Messanordnungen $U_{AC,DB}$ und $U_{CA,BD}$ genügen. Da alle vier Messanordnungen jedoch Äquivalente zueinander darstellen, bietet es sich an, den Mittelwert über alle Messungen zu bilden. Diese statistische Maßnahme erhöht die Genauigkeit für das Endergebnis.

Je nach Richtung des Stroms bzw. der magnetischen Flussdichte und der Anordnung der Potentiale des Voltmeters variiert das Vorzeichen der anfallenden Spannungen. Die resultierenden Vorzeichen sind in Tabelle 3.2 dargestellt.

	$\varphi_{\text{Voltmeter}}$	I	B	U_H	U_{off}	U_{see}	U_{nernst}
$U_{AC,DB}^+$	+	+	+	+	+	+	+
$U_{AC,DB}^-$	+	+	-	-	+	+	-
$U_{CA,BD}^+$	-	-	+	+	+	-	-
$U_{CA,BD}^-$	-	-	-	-	+	-	+
$U_{BD,AC}^+$	+	+	+	+	+	+	+
$U_{BD,AC}^-$	+	+	-	-	+	+	-
$U_{DB,CA}^+$	-	-	+	+	+	-	-
$U_{DB,CA}^-$	-	-	-	-	+	-	+

Tabelle 3.2: Gegenüberstellung der Vorzeichen von den anfallenden Spannungen für die jeweilige Messanordnung. $\varphi_{\text{Voltmeter}}$ steht für die Anordnung der Potentiale des Voltmeters. Tabelle entnommen und abgeändert aus [14].

Da die Hall- und die Nernstspannung vom Magnetfeld abhängig sind zeigt Zeile 2 einen Vorzeichenwechsel für diese. Zeile 3 wiederum steht für einen Stromrichtungswechsel und gleichzeitigem Tausch der Potentiale des Voltmeters. Letztere Maßnahme kompensiert den Vorzeichenwechsel der Hallspannung und des Offsets, bewirkt aber bei der Seebeck- und Nernstspannung jedoch einen Vorzeichenwechsel. Zeile 4 zeigt die Auswirkungen auf die Vorzeichen, wenn alle 3 Parameter verändert werden. Die Vorzeichen für die weiteren vier Messanordnungen verhalten sich äquivalent.

Diese Vorzeichenwechsel transferiert auf die Gleichungen zur Bildung des Mittelwerts liefern folgende Ergebnisse:

$$U_C = \frac{1}{2}(U_{AC,DB}^+ - U_{AC,DB}^-) \quad (3.14)$$

$$= \frac{1}{2}((U_H + U_{off} + U_{see} + U_{nernst}) - (-U_H + U_{off} + U_{see} - U_{nernst})) \quad (3.15)$$

$$= \frac{1}{2}(2U_H + 2U_{nernst}) \quad (3.16)$$

Bei Wechsel von Strom- und Spannungsrichtung und gleichzeitigem Richtungswechsel der magnetischen Flussdichte, lässt sich der Mittelwert wie folgt definieren

$$U_D = \frac{1}{2}(U_{CA,BD}^+ - U_{CA,BD}^-) \quad (3.17)$$

$$= \frac{1}{2}((U_H + U_{off} - U_{see} - U_{nernst}) - (-U_H + U_{off} - U_{see} + U_{nernst})) \quad (3.18)$$

$$= \frac{1}{2}(2U_H - 2U_{nernst}). \quad (3.19)$$

Prägt man den Strom an den Punkten B und D ein und misst die Hallspannung an den Punkten A und C, führt ein analoges Vorgehen wie bei Formel 3.16 und 3.19 zu den Definitionen

$$U_E = \frac{1}{2}(U_{BD,AC}^+ - U_{BD,AC}^-) \quad (3.20)$$

$$= \frac{1}{2}((U_H + U_{off} + U_{see} + U_{nernst}) - (-U_H + U_{off} + U_{see} - U_{nernst})) \quad (3.21)$$

$$= \frac{1}{2}(2U_H + 2U_{nernst}) \quad (3.22)$$

und

$$U_F = \frac{1}{2}(U_{DB,CA}^+ - U_{DB,CA}^-) \quad (3.23)$$

$$= \frac{1}{2}((U_H + U_{off} - U_{see} - U_{nernst}) - (-U_H + U_{off} - U_{see} + U_{nernst})) \quad (3.24)$$

$$= \frac{1}{2}(2U_H - 2U_{nernst}). \quad (3.25)$$

Die unverfälschte Hallspannung ergibt sich aus der Mittelung dieser Spannungen zu: [10]

$$U_H = \frac{1}{8}(U_C + U_D + U_E + U_F) = \frac{1}{8}(2U_H + \cancel{2U_{nernst}} + 2U_H - \cancel{2U_{nernst}} + 2U_H + \cancel{2U_{nernst}} + 2U_H - \cancel{2U_{nernst}}). \quad (3.26)$$

Mit Formel 2.6 lässt sich nun die Hallkonstante bestimmen.

3.3.2 Messung des Flächenwiderstands

Der verwendete Messplatz bietet die in Abbildung 3.8 dargestellten Messanordnungen, zur Bestimmung des Flächenwiderstands.

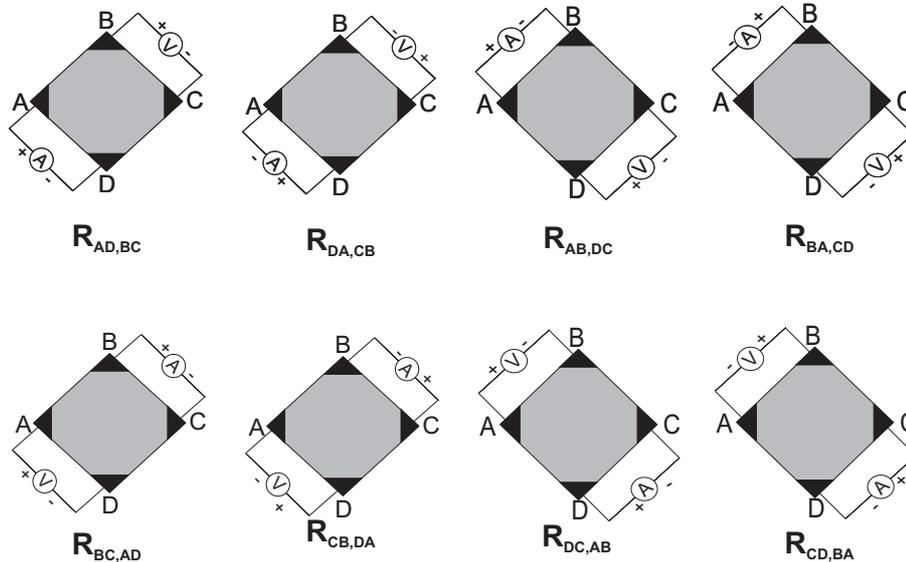


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung der möglichen Messanordnungen. Die Kontaktstellen sind mit A bis D gekennzeichnet. Die Richtung des Stroms bzw. der Spannung ist mit +/- angedeutet.

Bei einem konventionellen Vorgehen nach van der Pauw würden die Messanordnungen $R_{DA,CB}$ und $R_{AB,DC}$ zur Bestimmung des Flächenwiderstands genügen. Da jeweils vier Messanordnungen äquivalent zueinander sind, bietet es sich auch in diesem Fall an den Mittelwert zu bilden.

Die folgenden Messanordnungen sind Äquivalente zu $R_{DA,CB}$:

$$R_{AD,BC} , R_{BC,AD} \text{ und } R_{CB,DA}. \quad (3.27)$$

Die restlichen Messanordnungen sind Äquivalente zu $R_{AB,DC}$:

$$R_{BA,CD} , R_{DC,AB} \text{ und } R_{CD,BA}. \quad (3.28)$$

Für eine quadratische Probe muss aufgrund der Symmetrie gelten:

$$R_{DA,CB} + R_{AD,BC} = R_{BC,AD} + R_{CB,DA} \quad (3.29)$$

und

$$R_{AB,DC} + R_{BA,CD} = R_{CD,BA} + R_{DC,AB}. \quad (3.30)$$

Die Abweichung sollte höchstens 3% betragen, ansonsten muss der Offset überprüft und weitere Fehlerquellen ausgeschlossen werden. Die Messgenauigkeit wäre in diesem Fall unzureichend.

Ist diese Bedingung jedoch erfüllt, lässt sich der jeweilige Mittelwert

$$R_A = \frac{1}{4}(R_{DA,CB} + R_{AD,BC} + R_{BC,AD} + R_{CB,DA}) \quad (3.31)$$

und

$$R_B = \frac{1}{4}(R_{AB,DC} + R_{BA,CD} + R_{CD,BA} + R_{DC,AB}) \quad (3.32)$$

bilden. Man erhält nun exaktere Widerstandswerte für Formel 3.5. [10] Wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben, liefert eine iterative Lösung dieser Formel nun einen exakteren Wert für den Flächenwiderstand R_S .

3.3.3 Berechnung der Seebeckspannung

Die geschickte Auswahl von zwei Messanordnungen in Kombination mit folgenden mathematischen Operationen

$$U_{see} = \frac{1}{4}((U_{AC,DB}^+ + U_{AC,DB}^-) - (U_{CA,BD}^+ + U_{CA,BD}^-)) \quad (3.33)$$

$$= \frac{1}{4}((U_H + U_{off} + U_{see} + U_{nernst} - U_H + U_{off} + U_{see} - U_{nernst})) \quad (3.34)$$

$$- (U_H + U_{off} - U_{see} - U_{nernst} - U_H + U_{off} - U_{see} + U_{nernst})) \quad (3.35)$$

$$= \frac{1}{4}(2U_{off} + 2U_{see} - 2U_{off} + 2U_{see}) \quad (3.36)$$

führt zu der gesuchten Größe. Bis auf die Seebeckspannung heben sich alle weiteren Spannungen auf.

3.3.4 Berechnung der Nernstspannung

Bei erneuter Nutzung der bereits verwendeten Messanordnungen für die Seebeckspannung führt die Rechenoperation

$$U_{nernst} = \frac{1}{4}((U_{AC,DB}^+ - U_{AC,DB}^-) - (U_{CA,BD}^+ - U_{CA,BD}^-)) \quad (3.37)$$

$$= \frac{1}{4}((U_H + U_{off} + U_{see} + U_{nernst} - (-U_H + U_{off} + U_{see} - U_{nernst})) \quad (3.38)$$

$$- (U_H + U_{off} - U_{see} - U_{nernst} - (-U_H + U_{off} - U_{see} + U_{nernst}))) \quad (3.39)$$

$$= \frac{1}{4}(2U_H + 2U_{nernst} - 2U_H + 2U_{nernst}) \quad (3.40)$$

zu der gesuchten Größe. Bis auf die Nernstspannung heben sich alle weiteren Spannungen auf.

3.3.5 Berechnung des Offsets

Dieselben Messanordnungen unter Verwendung folgenden Rechenweges

$$U_{off} = \frac{1}{4}((U_{AC,DB}^+ + U_{AC,DB}^-) + (U_{CA,BD}^+ + U_{CA,BD}^-)) \quad (3.41)$$

$$= \frac{1}{4}(U_H + U_{off} + U_{see} + U_{nernst} - U_H + U_{off} + U_{see} - U_{nernst} \quad (3.42)$$

$$+ U_H + U_{off} - U_{see} - U_{nernst} - U_H + U_{off} - U_{see} + U_{nernst}) \quad (3.43)$$

$$= \frac{1}{4}(2U_{off} + \cancel{2U_{see}} + 2U_{off} - \cancel{2U_{see}}) \quad (3.44)$$

führen zu der gesuchten Größe. Bis auf den Offset heben sich alle weiteren Spannungen auf.

4 Materialsystem

4.1 Probe

Wie in Abschnitt 3.3.1 bereits erwähnt, wird in dieser Arbeit statt einer Kleeblattstruktur eine quadratische Probe verwendet. Voraussetzung zur Nutzung dieser alternativen Geometrie sind die folgenden drei Bedingungen [10]:

1. Die Kontaktflächen sollten an den Ecken platziert werden
2. Die Probendicke sollte kleiner als der Abstand zwischen den Kontakten sein
3. Die Breite der Kontaktfläche sollte kleiner als der Abstand zwischen den Kontakten sein



Abbildung 4.1: Germanium mit Indiumkontakten an den Ecken. Die Maße betragen 7mm x 7mm und die Dicke 0,5-0,55mm. Der größte Kontakt besitzt eine Breite von 3mm.

Abbildung 4.1 zeigt eine verwendete Germaniumprobe mit den Maßen 7mm x 7mm. Die Kantenlänge ist durch die Abmessung der Kontakte an der Messeinrichtung vorgegeben, da diese sich im Randbereich der Probe befinden sollten. Um die Offsetspannungen zu minimieren sind die Ecken mit Indium verlötet. Im ersten Schritt wird die Oberfläche mit Hilfe von Schleifpapier aufgeraut und 20 Sekunden abgewartet, anschließend wird das Indium aufgebracht. Diese Maßnahme basiert auf Erfahrungswerten und hat sich bei Anwendung in dieser Arbeit bewährt. Die Probe erfüllt die genannten Bedingungen:

1. $d = 0,5-0,55\text{mm} < 7\text{mm}$
2. die größte Breite von allen 4 Kontakten beträgt $b = 3\text{mm} < 7\text{mm}$

4.2 Germanium

Bevor Silizium zum meist verwendeten Material in der Halbleiterindustrie avancierte, war Germanium das führende Material zur Herstellung von Elektronikbauteilen. Nachgewiesen wurde es am 6. Februar 1886 erstmals im Mineral Argyrodit. Im Periodensystem wird dieses Material in der vierten Periode und vierten Hauptgruppe aufgeführt. Dies entspricht der Einordnung als Halbmetall, nach neuerer Definition gilt Germanium jedoch als Halbleiter. [15] Das Germanium besitzt die Ordnungszahl 32, kristallisiert in der Diamantstruktur und besitzt eine Bandlücke von 0,67 eV.[16] [3]

In dieser Arbeit werden drei Germaniumproben verwendet. Bei einer handelt es sich um "reines" Germanium, die anderen Beiden sind dotiert.

Die negativ dotierte Probe kombiniert Germanium mit Antimon. Antimon lässt sich im Periodensystem in der fünften Periode und der fünften Hauptgruppe finden. Folglich verfügt es über fünf Valenzelektronen, eines mehr als das Germanium zur Bindung bereitstellt. Es zählt zu der Gruppe der Halbmetalle. [17]

Die positiv dotierte Probe kombiniert Germanium mit Gallium. Gallium lässt sich im Periodensystem in der vierten Periode und der dritten Hauptgruppe finden. Folglich verfügt es über drei Valenzelektronen, eines weniger als das Germanium zur Bindung bereitstellt. Es zählt zu der Gruppe der Metalle. [17]

5 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Messergebnisse vorgestellt und interpretiert. Um Verwechslungen vorzubeugen zeigt Abbildung 5.1 die verwendeten Begriffe an der Probengeometrie.

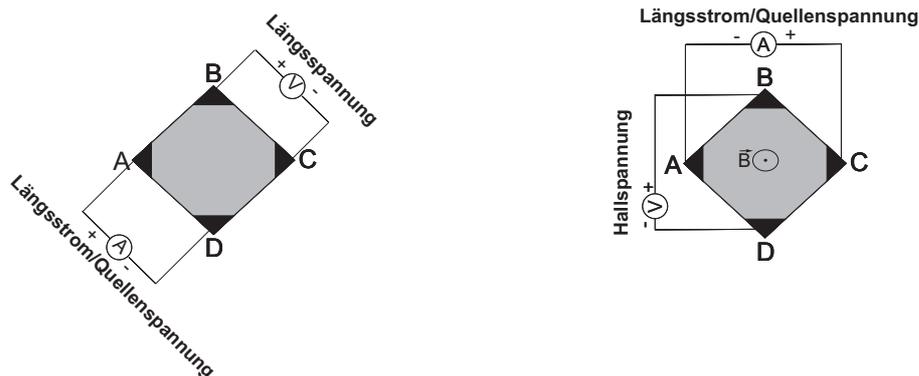


Abbildung 5.1: Definition der in diesem Kapitel verwendeten Begriffe.

5.1 Voruntersuchung

Bei geeigneter Wahl der Parametereinstellung kann der Einfluss der parasitären Effekte auf ein Minimum reduziert werden. Dies bedarf einer Voruntersuchung, um Werte für den Längsstrom bzw. die magnetische Flussdichte zu eruiieren. Als Probe dient die undotierte Germaniumprobe.

5.1.1 Einfluss der parasitären Effekte auf die Hallspannung

Abbildung 5.2 zeigt den Verlauf der Hallspannung von den Messanordnungen $U_{CA,BD}$ und $U_{AC,BD}$ bei einem konstantem Magnetfeld und variiertem Längsstrom. Der Unterschied zwischen den verwendeten Messanordnungen ist die Richtung des Längsstroms. Die Anordnung der Potentiale des Voltmeters sind für beide gleich. Die Messanordnung $U_{AC,BD}$ ist in Abbildung 3.7 nicht aufgeführt, da sie keinen Beitrag zur Eliminierung der Effekte liefert. Im Folgenden wird sie jedoch genutzt, um die Hallspannung mit Einfluss der parasitären Effekte darzustellen.

Ein steigender Längsstrom hat eine höhere Geschwindigkeit der Elektronen zur Folge. Dies führt zu einer größeren Potentialdifferenz in Querrichtung, sprich einem Anstieg der Hallspannung. Denn je höher die Geschwindigkeit desto höher die wirkende Lorentzkraft, siehe Formel 2.1, und somit die Anzahl an Elektronen, die abgelenkt werden. Aufbauend auf dieser Schlussfolgerung gilt ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Hallspannung und dem Längsstrom. Die Messpunkte von $U_{CA,BD}$ weisen mit steigenden Längsstrom eine zunehmend kleinere Steigung auf. Weiterhin müssten die Messpunkte von $U_{AC,BD}$ denselben Wert mit inversem Vorzeichen aufweisen, da sich lediglich die Richtung des Längsstroms ändert, aber auch diese Erwartung ist nicht erkennbar. Beide Beobachtungen deuten auf parasitäre Effekte hin, die vom Längsstrom abhängig sind, und die Messung verfälschen.

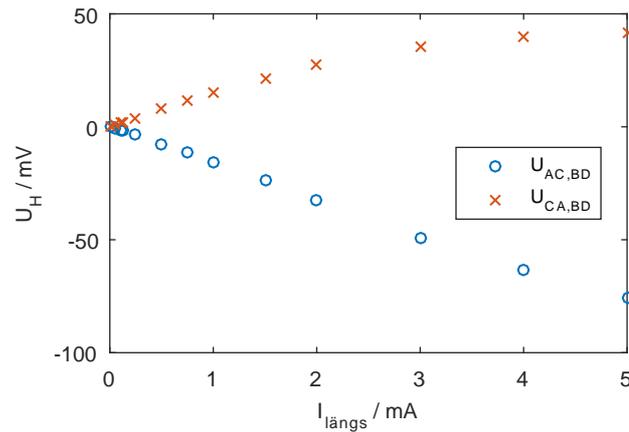


Abbildung 5.2: Hallspannung von den Messanordnungen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ überlagert mit Effekten bei konstanter magnetischer Flussdichte von 227 mT. Der Längsstrom wird in 0,05 mA bis 1 mA Schritten von 0 mA bis 5 mA variiert. Die Richtung des Längsstromes ist zwischen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ entgegengesetzt.

Die nächste Abbildung 5.3 zeigt eine Untersuchung derselben Messanordnungen mit konstantem Längsstrom und variiert magnetischer Flussdichte, um zu ermitteln, ob weitere Effekte wirken, die von der magnetischen Flussdichte abhängig sind. Auch in dieser Konstellation wird ein proportionaler Zusammenhang erwartet, da die Lorentzkraft mit steigender magnetischer Flussdichte anwächst (vgl. Formel 2.1).

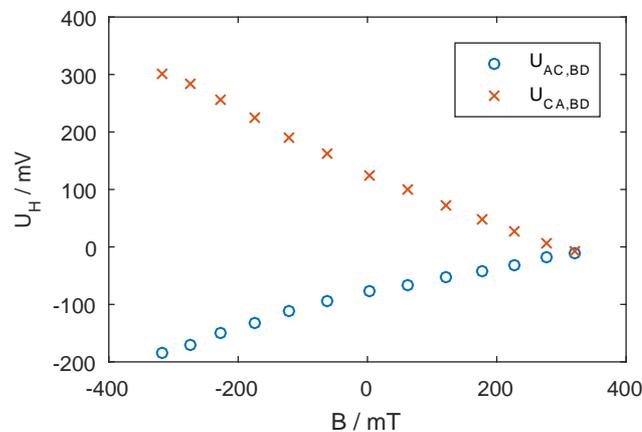


Abbildung 5.3: Hallspannung von den Messanordnungen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ überlagert mit Effekten bei einem konstanten Längsstrom von 6 mA. Die magnetische Flussdichte wird in ± 63 mT Schritten von 0 mT bis ± 320 mT variiert. Die Richtung des Längsstromes ist zwischen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ entgegengesetzt.

Es lässt sich zwar eine Umkehrung des Vorzeichens der Hallspannung zwischen den Messanordnungen erkennen, jedoch stimmen die Werte vom Betrag nicht überein. Expliziter ausgedrückt, es ist keine Symmetrie zwischen den Messanordnungen erkennbar, obwohl lediglich die Richtung des Längsstromes entgegengesetzt ist. Des Weiteren ist der erwartete lineare Zusammenhang nicht erkennbar. Daraus lässt sich schließen, dass magnetfeldabhängige Effekte Einfluss auf die Messung nehmen.

5.1.2 Hallspannung ohne parasitäre Effekte

Um die parasitären Effekte zu eliminieren wurde die Hallspannung nach Formel 3.26 bestimmt. Folgende Abbildung 5.4 zeigt die Hallspannung mit herausgerechneten Effekten in Abhängigkeit von dem Längsstrom.

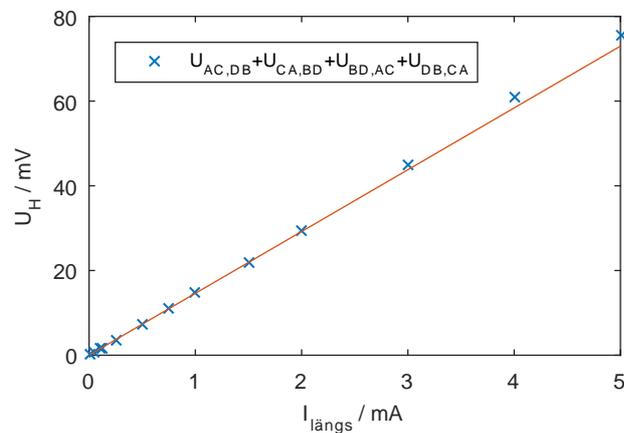


Abbildung 5.4: Hallspannung ohne Effekte bei einer konstanten magnetischen Flussdichte von $\pm 227 \text{mT}$. Der Längsstrom wird in $0,05 \text{mA}$ bis 1mA Schritten von 0mA bis 5mA variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

Die erwartete Proportionalität zwischen der Hallspannung und dem Längsstrom ist nun in dem Bereich 0mA bis 2mA erkennbar. Bei höheren Strömen weichen die Werte leicht von der Regressionsgeraden ab, dies könnte durch die Erwärmung und der damit einhergehenden Änderung der Leitfähigkeit begründet werden.

Die unverfälschte Hallspannung ist in der nächsten Abbildung 5.5 über die magnetische Flussdichte bei einem konstanten Längsstrom von 6mA aufgetragen.

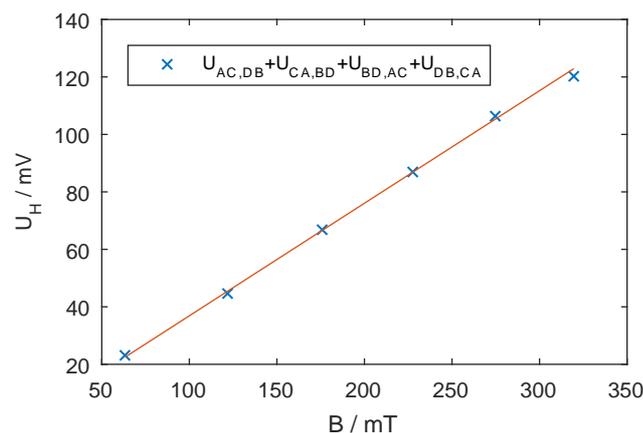


Abbildung 5.5: Hallspannung ohne Effekte bei einem konstanten Längsstrom von 6mA . Die magnetische Flussdichte wird in 63mT Schritten von 0mT bis 320mT variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

Alle Messpunkte liegen auf der Regressionsgerade und bestätigen den linearen Zusammenhang zwischen der Hallspannung und der magnetischen Flussdichte.

5.1.3 Seebeckspannung

Basierend auf der Formel 3.36 zeigt Abbildung 5.6 die Seebeckspannung in Abhängigkeit des Längsstroms bei einer konstanten magnetischen Flussdichte von $\pm 227\text{mT}$.

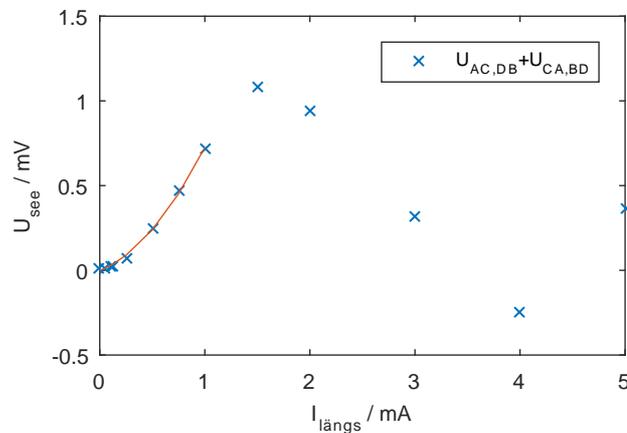


Abbildung 5.6: Seebeckspannung bei einer konstanten magnetischen Flussdichte von $\pm 227\text{mT}$. Der Längsstrom wird in $0,05\text{mA}$ bis 1mA Schritten von 0mA bis 5mA variiert. Die rote Linie zeigt die Regression mit einem Polynom 2ten Grades.

Bis zu einem Längsstrom von 1mA lassen sich die Messwerte durch eine quadratischen Funktion beschreiben. Darüber hinaus ist der Verlauf nicht interpretierbar. Eine hypothetische Erklärung könnte die Temperaturabhängigkeit des Seebeckkoeffizienten sein. Der nach den Ausführungen aus Abschnitt 3.2.2 zu erwartende quadratische Anstieg ist bis zu einem Längsstrom von 1mA erkennbar.

Als nächstes wird der Einfluss der magnetischen Flussdichte auf die Seebeckspannung bei einem Längsstrom von 6mA untersucht (vgl. Abb. 5.7).

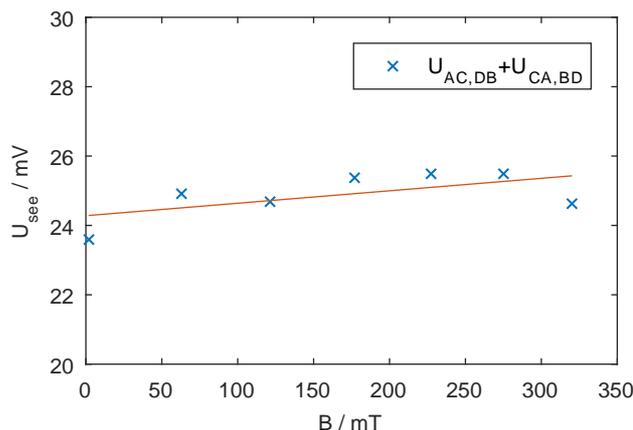


Abbildung 5.7: Seebeckspannung bei einem konstanten Längsstrom von 6mA . Die magnetische Flussdichte wird in 63mT Schritten von 0mT bis 320mT variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

Die Abbildung 5.7 zeigt eine nahezu konstante Seebeckspannung. Die Werte variieren maximal um 4% um den Mittelwert, sodass die minimale Steigung von $0,003(\pm 0,005)\text{mV/mT}$ der Re-

gressionsgerade vernachlässigt werden kann. Dieses Verhalten bestätigt den erwarteten Zusammenhang nach Formel 3.10, denn die Seebeckspannung sollte unabhängig von der magnetischen Flussdichte sein.

Die gemessenen Zusammenhänge der Seebeckspannung in Abhängigkeit zum Längsstrom und der magnetischen Flussdichte bestätigen die theoretischen Überlegungen, somit ist die Existenz der Seebeckspannung bei dieser Messung erwiesen.

5.1.4 Nernstspannung

Basierend auf der Formel 3.40 zeigt Abbildung 5.8 die Nernstspannung in Abhängigkeit des Längsstroms.

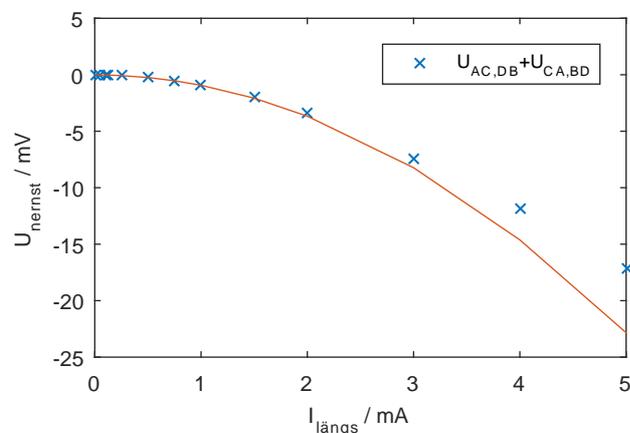


Abbildung 5.8: Nernstspannung bei einer konstanten magnetischen Flussdichte von $\pm 227 \text{mT}$. Der Längsstrom wird in $0,05 \text{mA}$ bis 1mA Schritten von 0mA bis 5mA variiert. Die rote Linie zeigt die Regression mit einem Polynom 2ten Grades.

Es ist eine betragsmäßige Zunahme der Nernstspannung mit steigender Stromstärke zu erkennen. Fließt kein Längsstrom, existiert auch keine Nernstspannung. Dies deutet darauf, dass die Annahmen für den Grund des Wärmestroms aus Abschnitt 3.2.2 korrekt sind, denn der Wärmestrom scheint abhängig von dem Längsstrom zu sein. Bis zu einem Längsstrom von $1,5 \text{mA}$ liegen die Messwerte auf einer Regression mit einem Polynom 2ten Grades. Auch bei diesem Effekt sind die Abweichungen der weiteren Messwerte wahrscheinlich der Erwärmung der Probe geschuldet.

Die nächste Abbildung 5.9 zeigt den Verlauf der Nernstspannung in Abhängigkeit zu der magnetischen Flussdichte, bei einem konstanten Längsstrom von 6mA .

Es ist eine betragsmäßige Zunahme der Nernstspannung mit steigender magnetischer Flussdichte zu erkennen. Bis zu einer magnetischen Flussdichte von 227mT liegen die Messwerte auf der Regressionsgeraden. Somit zeigt sich der nach Formel 3.12 erwartete Zusammenhang. Ab 227mT ist eine Abweichung der Messwerte von der Regressionsgerade zu erkennen. Die Ursache ist unbekannt und müsste näher untersucht werden.

Die gemessenen Werte der Nernstspannung bestätigen die theoretischen Überlegungen bis zu einem Längsstrom von $1,5 \text{mA}$ und einer magnetischen Flussdichte von 227mT , somit ist die Existenz der Nernstspannung bei dieser Messung erwiesen.

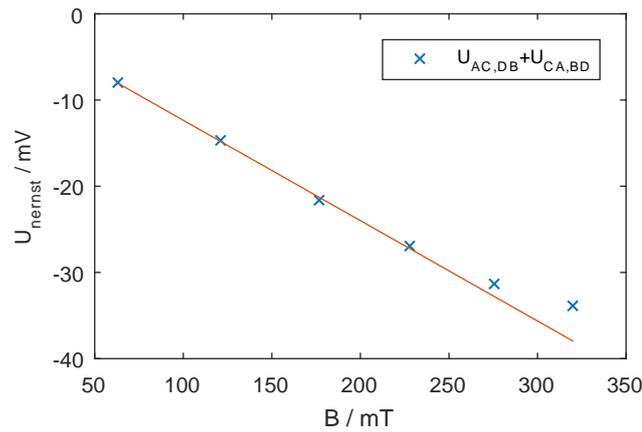


Abbildung 5.9: Nernstspannung bei einem konstanten Längsstrom von 6mA. Die magnetische Flussdichte wird in 63mT Schritten von 0mT bis 320mT variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

5.1.5 Offsetspannung

Basierend auf der Formel 3.44 zeigt Abbildung 5.10 die Offsetspannung in Abhängigkeit des Längsstroms bei einer konstanten magnetischen Flussdichte von $\pm 227\text{mT}$.

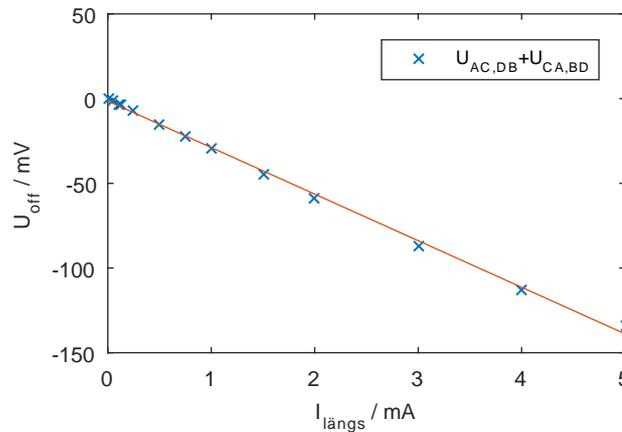


Abbildung 5.10: Offsetspannung bei einer konstanten magnetischen Flussdichte von $\pm 227\text{mT}$. Der Längsstrom wird in 0,05mA bis 1mA Schritten von 0mA bis 5mA variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

Es ist eine betragsmäßige Zunahme der Offsetspannung mit steigender Stromstärke zu erkennen, die Messwerte zeigen einen linearen Verlauf. Die Differenz der Äquipotentiale steigt proportional mit dem Längsstrom, aus diesem Grund ist der Verlauf der Offsetspannung erwartungsgemäß.

Die folgende Abbildung 5.11 zeigt die Offsetspannung in Abhängigkeit zu der magnetischen Flussdichte.

Es ist ein nahezu linearer Zusammenhang erkennbar. Die Offsetspannung sollte jedoch unabhängig von der magnetischen Flussdichte sein. Die Ursachen für dieses Verhalten sind unbekannt und müssten näher untersucht werden.

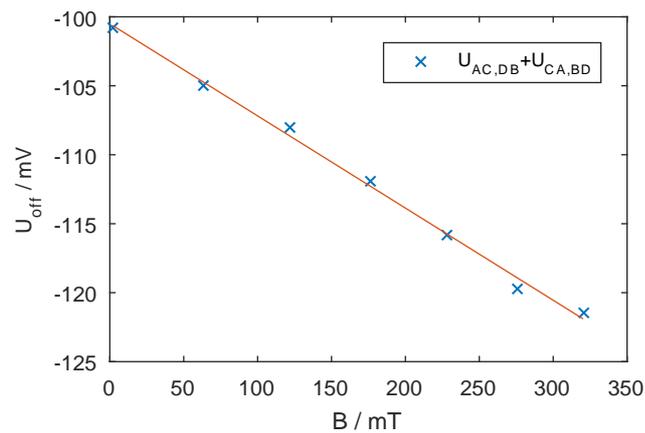


Abbildung 5.11: Offsetspannung bei einem konstanten Längsstrom von 6mA. Die magnetische Flussdichte wird in 63mT Schritten von 0mT bis 320mT variiert.

5.1.6 Kontrollmessung

Um die parasitären Effekte möglichst gering zu halten, wird auf Basis der vorangegangenen Ergebnisse ein Längsstrom von 0,5mA und eine magnetische Flussdichte von $\pm 227\text{mT}$ gewählt. Die konstante Stromquelle erbringt bei diesem Längsstrom eine Leistung von ca. 2mW. Dieser Wert ist auch in der Literatur als Grenzwert angegeben.[10]

Hallspannungsmessung unter Einfluss der parasitären Effekte

Zur Überprüfung der gewählten Parameter zeigt die Abbildung 5.12 die Hallspannung von den Messanordnungen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte bei einem Längsstrom von 0,5mA.

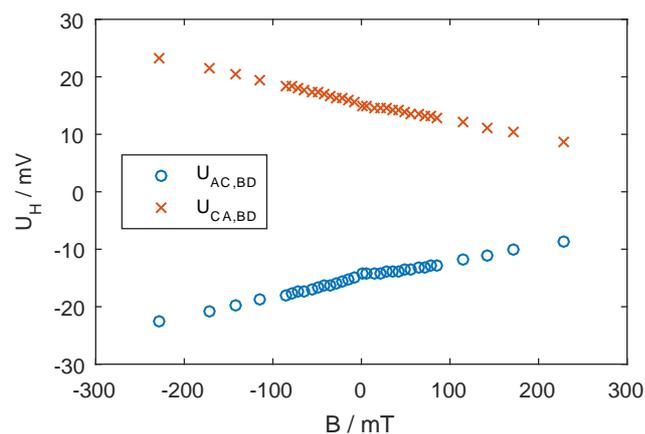


Abbildung 5.12: Hallspannung von den Messanordnungen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ mit Effekten bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die magnetische Flussdichte wird in $\pm 7\text{mT}$, $\pm 28\text{mT}$ und $\pm 56\text{mT}$ Schritten von 0mT bis $\pm 227\text{mT}$ variiert. Die Richtung des Längsstromes ist zwischen $U_{AC,BD}$ und $U_{CA,BD}$ entgegengesetzt.

Die Hallspannung fällt mit positiv steigender magnetischer Flussdichte. Der Versatz aller Messwerte in Ordinateurichtung ist wahrscheinlich dem Offset geschuldet. Aus diesem Grund ist

keine Umkehrung des Vorzeichens der Hallspannung, bei Umkehrung des Vorzeichens der magnetischen Flussdichte, zu erkennen. Die Messwerte deuten den zu erwartenden linearen Verlauf lediglich an, ein exakter linearer Verlauf ist nicht zu erkennen. Folglich ist der Einfluss der parasitären Effekte im Vergleich zur Abbildung 5.3 reduziert, aber nicht eliminiert. Die erwartete Symmetrie bei Richtungswechsel des Längsstroms zwischen den beiden Messanordnungen ist nun erkennbar. Der Knick beim Messpunkt 0mT ist wahrscheinlich der Restmagnetisierung der Magnetspule geschuldet.

Hallspannung ohne Effekte

Auf Basis der Formel 3.26 zeigt Abbildung 5.13 die Hallspannung mit herausgerechneten Effekten in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte bei einem Längsstrom von 0,5mA.

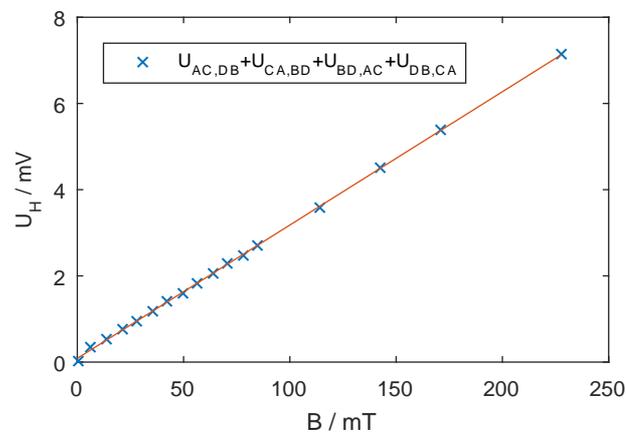


Abbildung 5.13: Hallspannung ohne Effekte bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die magnetische Flussdichte wird in 7mT, 28mT und 56mT Schritten von 0mT bis 227mT variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade.

Es ist die zu erwartende Proportionalität zwischen der Hallspannung und der magnetischen Flussdichte erkennbar, denn alle Messwerte liegen auf der Regressionsgerade. Die gewählten Parameter erfüllen somit ihren Zweck.

5.2 Temperaturabhängige Messungen

In diesem Unterkapitel werden die Ergebnisse von drei verschiedenen dotierten Germaniumproben und einer Magnetitschicht vorgestellt. Die Proben werden verschiedenen Temperaturen ausgesetzt, um ihre Charakteristika ersichtlich zu machen und die in den theoretischen Grundlagen vorgestellten Größen zu bestimmen.

5.2.1 undotierte Germaniumprobe

Die verwendete Germaniumprobe gilt laut Hersteller nominell als undotiert. Die Herstellung einer Probe die vollständig frei von Fremdatomen ist, ist jedoch nicht möglich. Jede Probe weist ein gewisses Maß an Verunreinigung auf.

Hallspannung

Auf Basis der Formel 3.26 zeigt Abbildung 5.14 die Hallspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

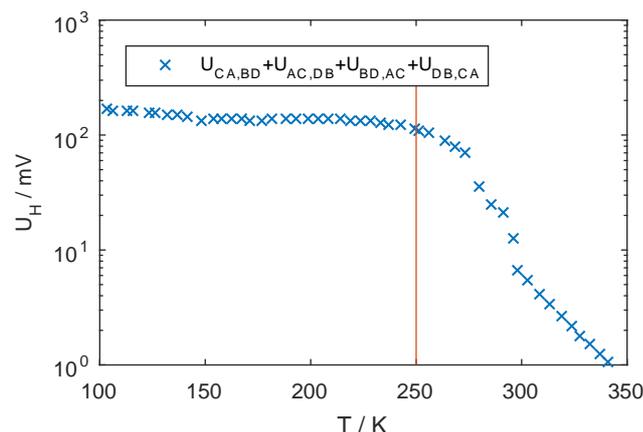


Abbildung 5.14: Hallspannung der undotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie trennt den intrinsischen von dem Erschöpfungsbereich. Die Ordinatenachse zeigt den Betrag der Hallspannung.

Die Verschmutzung der Probe basiert auf einem Überschuss an Elektronen, folglich besitzt die Hallspannung ein negatives Vorzeichen. Es ist jedoch zweckmäßiger den Betrag der Hallspannung in der Grafik zu zeigen. Analog zur Ladungsträgerdichte, siehe Abbildung 5.15, zeigt die Hallspannung einen nahezu konstanten Verlauf im Bereich von 100K bis 250K, dies deutet auf einen Bereich der Erschöpfung hin. Im Bereich von 250K bis 343K zeigt sich ein starker Abfall der Hallspannung. Dies deutet darauf, dass es sich um den intrinsischen Bereich handelt. Denn mit steigender Anzahl an "frei" werdenden Elektronen bricht die Quellenspannung zusammen, siehe im Anhang Abbildung 10.2. Die Folge ist ein Geschwindigkeitsverlust der Elektronen und somit eine schwächer werdende Lorentzkraft. Zeitgleich sorgt das elektrische Feld in Querrichtung für einen Potentialausgleich, aus diesem Grund strebt die Hallspannung gegen den Wert von 0V. Bei 300K zeigt die Hallspannung einen Sprung, dieser ist einer Messunterbrechung geschuldet. Bei erneuter Aufnahme der Messung könnte sich die Winkelstellung der Probe geändert haben

und somit die Größe der Lorentzkraft. Des Weiteren wurde beim zweiten Teil der Messung kein Stickstoff verwendet.

Ladungsträgerdichte

Auf Basis der Formel 2.6 zeigt Abbildung 5.15 die Elektronendichte aufgetragen über der reziproken Temperatur.

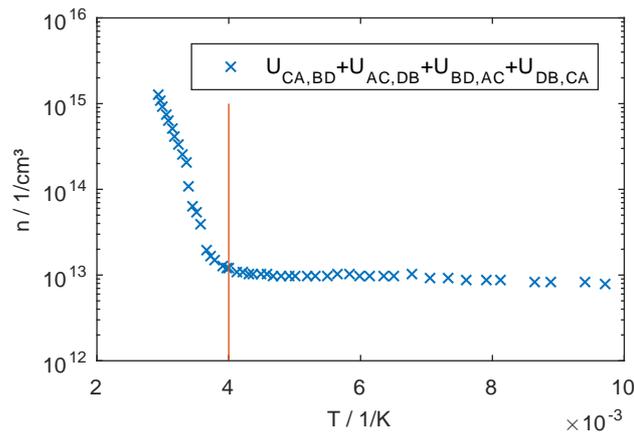


Abbildung 5.15: Elektronendichte der undotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie trennt den intrinsischen von dem Erschöpfungsbereich.

Der Bereich von $2K^{-1}$ bis $4K^{-1}$ ist dem intrinsischen Bereich zuzuordnen, unterhalb von $4K^{-1}$ steigt die Ladungsträgerdichte, dieser Wert wird als intrinsische Temperatur identifiziert. Der Bereich von $4K^{-1}$ bis $10K^{-1}$ zeigt eine nahezu konstante Ladungsträgerdichte und somit die Erschöpfung. Die Elektronendichte des Erschöpfungsbereichs zeigt bei $6K^{-1}$ einen Wert von $9,9(\pm 0,8) \cdot 10^{12} 1/cm^3$, dies entspricht der Verunreinigung der Probe. Im intrinsischen Bereich bei $3,3K^{-1}$ beträgt die Ladungsträgerdichte $2,0(\pm 0,2) \cdot 10^{14} 1/cm^3$. Der Reservebereich liegt unterhalb von 100K und konnte somit nicht abgebildet werden.

Hallkonstante

Auf Basis der Formel 2.7 zeigt Abbildung 5.16 den natürlichen Logarithmus der Hallkonstante in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur.

Analog zur konstanten Ladungsträgerdichte verhält sich die Hallkonstante im Bereich der Erschöpfung von $10K^{-1}$ bis $4K^{-1}$ ebenfalls konstant. Da die Ladungsträgerdichte in den Nenner von Formel 2.7 eingeht, ist der Abfall im intrinsischen Bereich, also unterhalb von $4K^{-1}$, folgerichtig. Streng genommen gilt jedoch Formel 2.16 im intrinsischen Bereich. Aufgrund von unbekanntem Variablen ist diese jedoch nicht lösbar. Die ermittelten Werte gelten unter diesem Vorbehalt.

Um die Bandlücke des Germaniums zu bestimmen wird die Steigung im intrinsischen Bereich bestimmt. Aufgrund der Messunterbrechung bei $3,4K^{-1}$ ergeben sich zwei Werte für die Steigung. Auf Basis der Formel 2.17 ergibt sich für den Bereich von $3,6K^{-1}$ bis $3,4K^{-1}$ für die Steigung von $3919(\pm 877)K$ eine Bandlücke von $0,67(\pm 0,15)eV$. Für den Bereich von $3,4K^{-1}$ bis $2,9K^{-1}$ ergibt sich für die Steigung von $4081(\pm 758)K$ eine Bandlücke von $0,70(\pm 0,13)eV$.

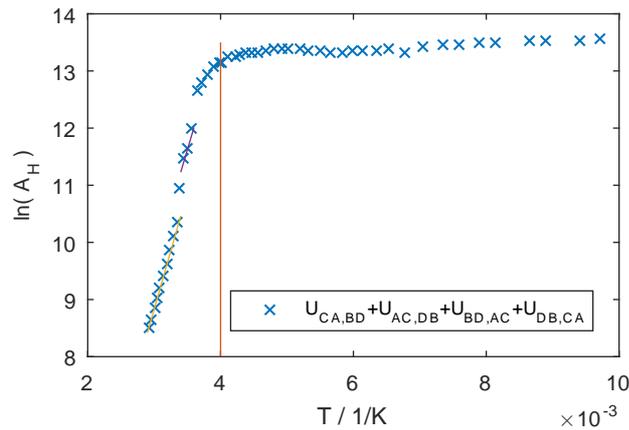


Abbildung 5.16: Natürlicher Logarithmus der Hallkonstante der undotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie trennt den intrinsischen von dem Erschöpfungsbereich. Die violette Linie zeigt die Regressionsgerade mit einer Steigung von $3919(\pm 877)\text{K}$. Die gelbe Linie zeigt die Regressionsgerade mit einer Steigung von $4081(\pm 758)\text{K}$.

Leitfähigkeit

Auf Basis des Kehrwerts von Formel 2.18 zeigt Abbildung 5.17 die Leitfähigkeit der Probe in Abhängigkeit von ihrer Temperatur.

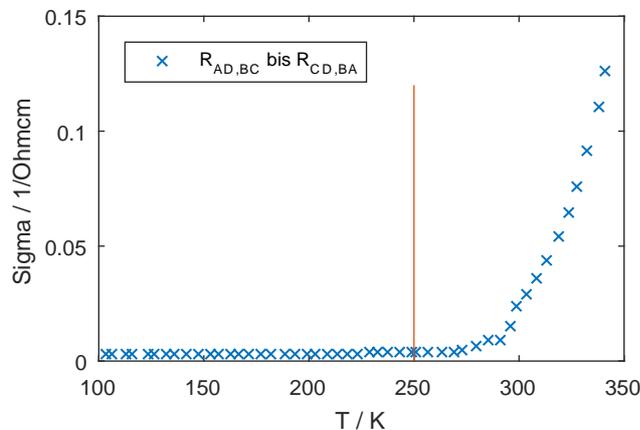


Abbildung 5.17: Leitfähigkeit der undotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$. Die rote Linie trennt den intrinsischen von dem Erschöpfungsbereich.

Analog zur Elektronendichte bzw. Beweglichkeit zeigt die Leitfähigkeit bis 250K einen nahezu konstanten Verlauf mit einem mittleren Wert in Höhe von 0,003 1/Ohmcm. Im intrinsischen Bereich ist ein Anstieg der Leitfähigkeit zu erkennen. Die Leitfähigkeit ist sowohl von der Ladungsträgerdichte als auch von der Beweglichkeit abhängig. Die Ladungsträgerdichte (siehe Abbildung 5.15) überwiegt jedoch, sodass trotz fallender Beweglichkeit (siehe Abbildung 5.18) ein Anstieg der Leitfähigkeit entsteht. Die Leitfähigkeit bei 300K beträgt $0,024(\pm 0,001)$ 1/Ohmcm.

Hallbeweglichkeit

Auf Basis der Formel 2.11 zeigt Abbildung 5.18 die Hallbeweglichkeit in Abhängigkeit von der Temperatur, beide Größen sind logarithmisch dargestellt.

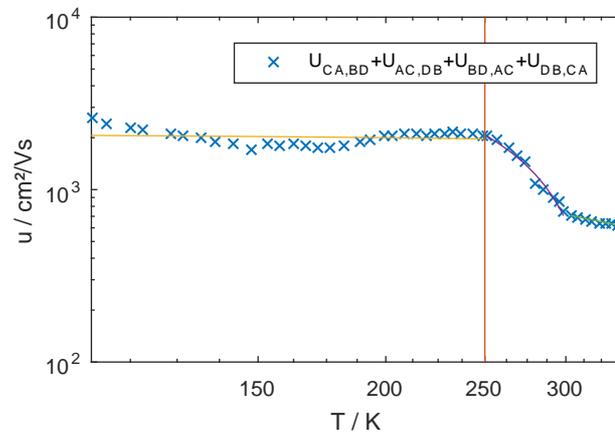


Abbildung 5.18: Hallbeweglichkeit der undotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Beide Achsen sind logarithmisch dargestellt. Die rote Linie trennt den intrinsischen von dem Erschöpfungsbereich. Die gelbe Linie zeigt die Regressionsgerade für den Erschöpfungsbereich mit einer Steigung von $-0,6(\pm 1,6) \text{ cm}^2 \text{ K} / \text{Vs}$. Die violette Linie zeigt die erste Regressionsgerade für den intrinsischen Bereich mit einer Steigung von $-28,3(\pm 3,2) \text{ cm}^2 \text{ K} / \text{Vs}$. Die grüne Linie zeigt die zweite Regressionsgerade für den intrinsischen Bereich mit einer Steigung von $-2,6(\pm 0,5) \text{ cm}^2 \text{ K} / \text{Vs}$.

Im Bereich der Erschöpfung 100K bis 250K ist ein leichtes Fallen der Beweglichkeit erkennbar. Der Einfluss der Phononenstreuung überwiegt den Einfluss der ionisierten Störstellen geringfügig. Nach der in Formel 2.14 beschriebenen Beziehung zwischen der Hallbeweglichkeit und der Temperatur beträgt der Exponent $-0,6(\pm 1,6)$ und deutet auf einen dominierenden Einfluss der Phononen hin. Die Messwerte im intrinsischen Bereich sind nicht verwertbar. Sie basieren auf der oben genannten Formel, für die Hallbeweglichkeit im intrinsischen Bereich gilt jedoch Formel 2.13. Aufgrund von unbekannt Variablen ist die Gleichung nicht lösbar. Die Werte für den Exponent in diesem Bereich und der Hallbeweglichkeit bei 300K gelten unter diesem Vorbehalt. Aufgrund der Änderung der Steigung bei ca. 300K ergeben sich zwei Exponenten $-28,3(\pm 3,2)$ und $-2,6(\pm 0,5)$, beide zeigen den dominierenden Einfluss der Phononenstreuung. Die Hallbeweglichkeit bei 300K beträgt $741(\pm 35) \text{ cm}^2 / \text{Vs}$.

Abweichung und Fehlerquellen

Die Angabe der Fehler basiert primär auf den Ungenauigkeiten der Messgeräte. Der Längsstrom kann höchstens mit einer Genauigkeit von 10^{-3} mA und die magnetische Flussdichte mit $3 \cdot 10^{-3} \text{ mT}$ eingestellt werden. Der Messwert für die Längs- und Hallspannung zeigt eine Schwankung von $2 \cdot 10^{-2} \text{ mV}$. Des Weiteren ist die Dicke mit einer Spannweite von $(500 - 550) \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ angegeben. Auf Basis dieser Werte ist der Größtfehler für die Ladungsträgerdichte, die Hallbeweglichkeit und die Leitfähigkeit nach den Rechenregeln der Fehlerfortpflanzung bestimmt worden.[7] Für α und die Bandlücke liefert die "goodness of fit" die Fehlergröße.

Die Bedingung aus Formel 5.19 besagt, dass die äquivalenten Widerstände eine Abweichung von 3% nicht überschreiten sollten.[10] Die Abweichung ist wie folgt definiert:

$$\text{Abweichung} = \left(1 - \frac{R_{DA,CB} + R_{AD,BC}}{R_{BC,AD} + R_{CB,DA}}\right) \cdot 100\% \quad (5.1)$$

Abbildung 5.19 zeigt die Abweichung der Widerstandswerte der Messanordnungen, die äquivalent zueinander sind.

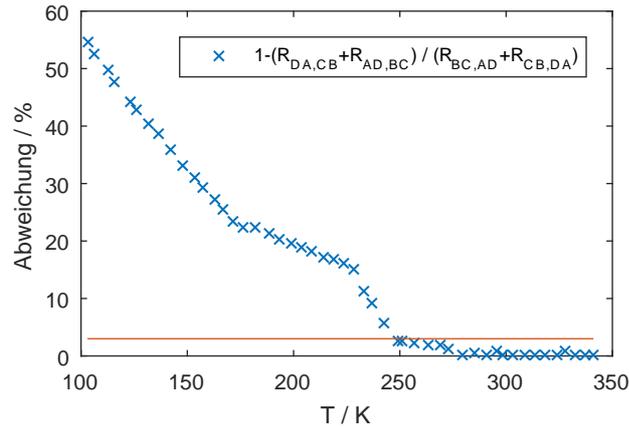


Abbildung 5.19: Abweichung der Messanordnungen $R_{DA,CB}$ und $R_{AD,BC}$ zu $R_{BC,AD}$ und $R_{CB,DA}$ für die undotierte Germaniumprobe. Bei einem Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie markiert die maximale Abweichung von 3 %.

Die maximale Abweichung von 3% wird im Bereich zwischen 100K und 250K überschritten. Dies müsste Auswirkungen auf die Ergebnisse der Leitfähigkeit und der Beweglichkeit haben. Die Diagramme zeigen jedoch keine Auffälligkeiten in diesem Bereich. Aufgrund der parasitären Effekte lässt sich die Abweichung für die äquivalenten Hallmessanordnungen nicht bestimmen. Doch es liegt die Vermutung Nahe, dass analog zu dieser Abweichung auch die Messanordnungen für die Hallmessung voneinander abweichen. Ein Indiz hierfür ist der sprunghafte Anstieg der Abweichung unterhalb von ca. 180K, die Hallspannung zeigt bei dieser Temperatur auch einen Sprung. Bei höheren Temperaturen ist die Bedingung erfüllt. Bei 300K beträgt die Abweichung 0,09%.

Übersicht

	Ergebnis	Literatur
Vorzeichen U_H	–	
Dotierung	n	
Verunreinigung _{166K} in $\frac{1}{\text{cm}^3}$	$9,9(\pm 0,8) \cdot 10^{12}$	10^{12}
Eigenleitungskonzentration _{300K} in $\frac{1}{\text{cm}^3}$	$2,0(\pm 0,2) \cdot 10^{14}$	$2,4 \cdot 10^{13}$
μ_{H300K} in $\frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$	741(± 35)	ca.5000
α	$-0,6(\pm 1,6)/-28(\pm 3,2)/-2,6(\pm 0,5)$	
Leitfähigkeit _{300K} in $\frac{1}{\text{Ohmcm}}$	0,024($\pm 0,001$)	>0,025
Bandlücke in eV	0,67($\pm 0,15$)/0,70($\pm 0,13$)	0,67
intrinsische Temp. in K	250	283
Abweichung _{300K} in %	0,09	

Tabelle 5.1: Übersicht der berechneten Werte für die undotierte Germaniumprobe. Verunreinigung, Eigenleitungskonzentration und Bandlücke entnommen aus [3]. Leitfähigkeit entnommen aus [18]. Hallbeweglichkeit entnommen aus Abbildung 10.6. Intrinsische Temperatur entnommen aus Abbildung 10.7.

Die Diskrepanz zwischen der ermittelten Eigenleitungskonzentration und dem Literaturwert basiert auf zwei Gründen. Die geringste Verunreinigung, die bei Germanium erreicht werden kann, liegt in der Größenordnung $10^{12} \frac{1}{\text{cm}^3}$, der Literaturwert gilt für diese Bedingung.[3] Des Weiteren erzeugte die Messunterbrechung einen sprunghaften Anstieg, da sich wahrscheinlich die Winkelstellung der Probe verändert hat. Die ermittelte Leitfähigkeit passt innerhalb der Fehlergrenzen mit der Herstellerangabe, siehe im Anhang Abbildung 10.9, überein. Die ermittelte Bandlücke passt für beide Ausgleichsgeraden innerhalb der Fehlergrenzen mit dem Literaturwert überein. Dies ist ein erster Beleg für die Zuverlässigkeit des Versuchsaufbaus bzw. der Messmethode. Die Diskrepanz zwischen der ermittelten Hallbeweglichkeit und dem Literaturwert basiert auf der Tatsache, dass die verwendete Formel für den intrinsischen Bereich nicht gilt. Die Diskrepanz zwischen der bestimmten intrinsischen Temperatur und dem Literaturwert ist auf den Fehler beim Messen der Proben temperatur zurückzuführen. Zusätzlich bietet das Ablesen des Diagramms Fehlerpotential. Sowohl für den Erschöpfungs- als auch für den intrinsischen Bereich deutet α auf eine Dominanz der Phononenstreuung gegenüber den ionisierten Störstellen hin.

5.2.2 n-dotierte Germaniumprobe

Die verwendete Germaniumprobe ist mittels Antimon n-dotiert. Wie in Abschnitt 5.1.6 beschrieben, wird ein Grenzwert von 2mW für die konstante Stromquelle angestrebt, dies entspricht für diese Probe einem Längsstrom von 30mA.

Hallspannung

Auf Basis der Formel 3.26 zeigt Abbildung 5.20 die Hallspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

Das negative Vorzeichen der Hallspannung belegt die negative Dotierung der Probe. Es ist jedoch zweckmäßiger, den Betrag der Hallspannung in der Grafik zu zeigen.

Die Hallspannung zeigt einen kontinuierlichen Abstieg mit steigender Temperatur, denn das Lei-

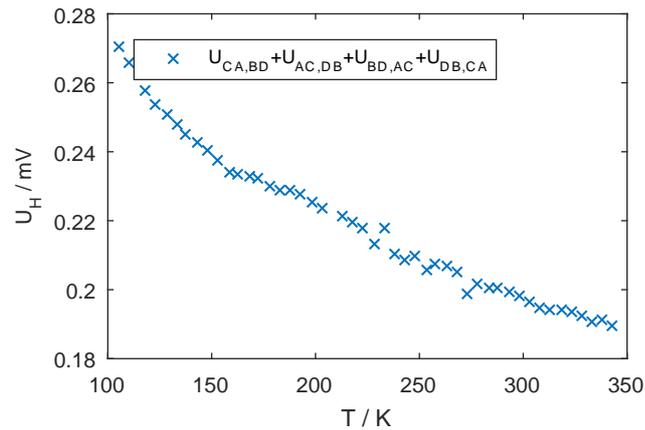


Abbildung 5.20: Hallspannung der n-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die Ordinate zeigt den Betrag der Hallspannung.

tungsband füllt sich stetig mit Elektronen aus dem Donatorniveau. Der Verlauf deutet auf den Reservebereich hin. Da keine Sättigung zu erkennen ist, scheint die Reserve in diesem Temperaturbereich nicht aufgebraucht. Die Unregelmäßigkeit bei 238K ist einer Messunterbrechung geschuldet. Bei Wiederaufnahme der Messung wurde auf den Einsatz von Stickstoff verzichtet.

Ladungsträgerdichte

Auf Basis der Formel 2.6 zeigt Abbildung 5.21 die Elektronendichte aufgetragen über der reziproken Temperatur.

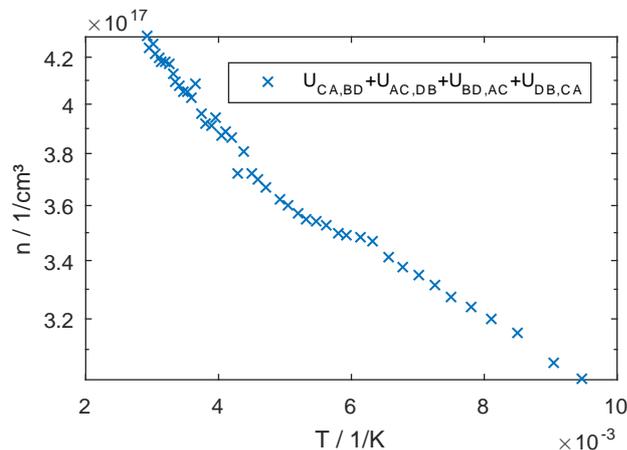


Abbildung 5.21: Elektronendichte der n-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

Die Ladungsträgerdichte steigt kontinuierlich mit der Temperatur. Bei sehr hoher Dotierung ist ein fließender Übergang von der Reserve in den intrinsischen Bereich möglich (siehe im Anhang Abbildung 10.8). Da jedoch keine sprunghafte Änderung der Steigung zu erkennen ist, ist der komplette Verlauf noch dem Bereich der Reserve zuzuordnen. Die verwendeten Temperaturen genügen nicht, um die Erschöpfung bzw. den intrinsischen Bereich abzubilden. Die

exakte Dotierkonzentration ist somit nicht bestimmbar, die Größenordnung liegt jedoch bei $> 4,3(\pm 0,3) \cdot 10^{17} 1/cm^3$. Die Elektronendichte bei 300K beträgt $4,1(\pm 0,5) \cdot 10^{17} 1/cm^3$.

Hallkonstante

Auf Basis der Formel 2.7 zeigt Abbildung 5.22 den natürlichen Logarithmus der Hallkonstante in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur.

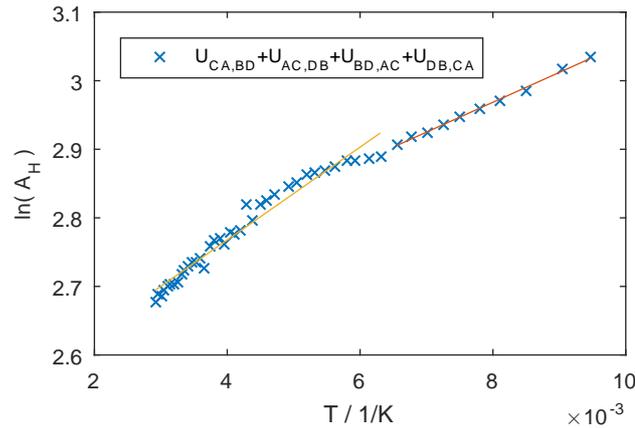


Abbildung 5.22: Natürlicher Logarithmus der Hallkonstante der n-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade mit einer Steigung von $44(\pm 2)$ K. Die gelbe Linie zeigt die Regressionsgerade mit einer Steigung von $68(\pm 5)$ K.

Der Wert der Hallkonstante nimmt kontinuierlich mit steigender Temperatur ab und zeigt erwartungsgemäß ein antiproportionales Verhalten zur Ladungsträgerdichte. Aufgrund der Schwankung der Messwerte unterhalb von $6K^{-1}$ ergeben sich zwei Regressionsgeraden für den Verlauf.

Der Zusammenhang, der in Formel 2.17 beschrieben wird, gilt analog für den Reservebereich. Lediglich die Bandlücke E_g im Zähler des Bruches wird durch die Differenz des Energieniveaus des Leitungsbandes zum Donatorniveau $E_L - E_D$ ersetzt. Derselbe Rechenweg liefert bei einer Steigung von $44(\pm 2)$ K eine Bandlücke zwischen den Energieniveaus von $8(\pm 1)$ meV. Bei einer Steigung von $68(\pm 5)$ K ergibt sich eine Bandlücke zwischen den Energieniveaus von $12(\pm 1)$ meV. Eine Mittlung beider Ergebnisse liefert einen Wert von $10(\pm 3)$ meV.

Leitfähigkeit

Auf Basis des Kehrwerts von Formel 2.18 zeigt Abbildung 5.23 die Leitfähigkeit der Probe in Abhängigkeit von ihrer Temperatur.

Wie bereits erwähnt ist die Leitfähigkeit sowohl von der Dotierkonzentration (siehe Abbildung 5.21) als auch von der Hallbeweglichkeit (siehe Abbildung 5.24) abhängig. Die dominierende Größe in diesem Fall ist die Hallbeweglichkeit, analog dazu ist ein Anstieg mit anschließendem Fallen der Leitfähigkeit zu erkennen. Die Leitfähigkeit bewegt sich in einem Bereich von 65 1/Ohmcm bis 85 1/Ohmcm. Die Leitfähigkeit bei 300K beträgt $72(\pm 4)$ 1/Ohmcm.

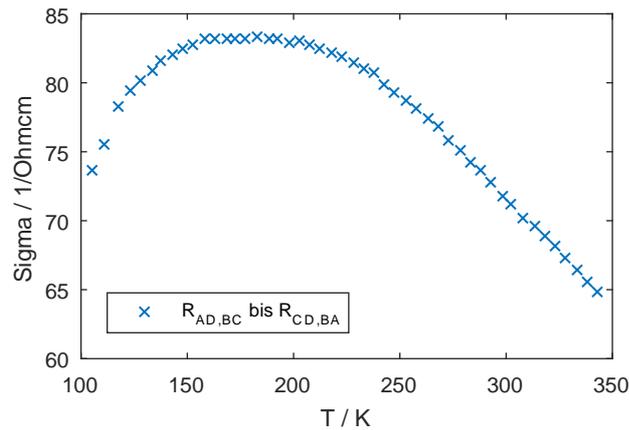


Abbildung 5.23: Leitfähigkeit der n-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$.

Hallbeweglichkeit

Auf Basis der Formel 2.11 zeigt Abbildung 5.24 die Hallbeweglichkeit in Abhängigkeit von der Temperatur, beide Größen sind logarithmisch dargestellt.

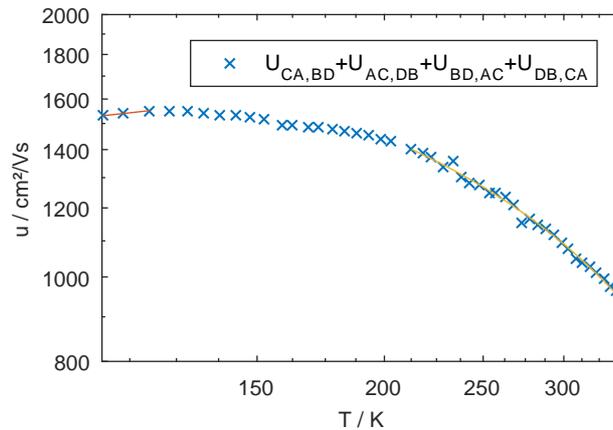


Abbildung 5.24: Hallbeweglichkeit der n-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Beide Achsen sind logarithmisch dargestellt. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade mit der Steigung $1,8(\pm 4,5) \text{ cm}^2 \text{ K/Vs}$. Die gelbe Linie zeigt die Regressionsgerade mit der Steigung $-3,6(\pm 0,1) \text{ cm}^2 \text{ K/Vs}$.

Im Bereich von 105K bis 120K ist bei genauerem Hinsehen ein Anstieg der Hallbeweglichkeit erkennbar. Laut Potenzgesetz 2.14 beträgt der Exponent $1,8(\pm 4,5)$. In dem Bereich von 138K bis 223K zeigt sich eine nahezu konstante Beweglichkeit, die abnehmende Streuung an ionisierten Störstellen und zunehmende Streuung an Phononen kompensieren sich gegenseitig. Bei weiteren Anstieg der Temperatur ist ein deutliches Fallen der Beweglichkeit zu erkennen, folglich dient dieser Bereich zur Bestimmung der Steigung der Regressionsgerade. Die Steigung bzw. der Exponent beträgt $-3,6(\pm 0,1)$ und deutet auf einen dominierenden Einfluss der Phononen hin. Die Hallbeweglichkeit bei 300K beträgt $1093(\pm 52) \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Abweichung

Die potentiellen Fehlerquellen sind äquivalent zu denen der undotierten Germaniumprobe. Siehe Abschnitt "Abweichung und Fehlerquellen" im vorangegangenen Kapitel 5.2.1.

Abbildung 5.25 zeigt die Abweichung der Widerstandswerte der Messanordnungen, die äquivalent zueinander sind. (vgl. Formel 5.1)

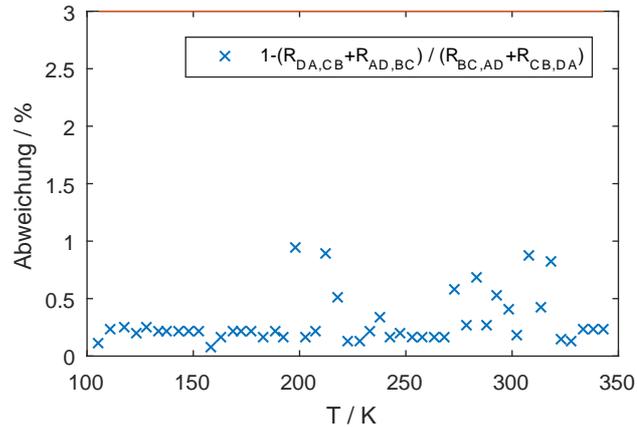


Abbildung 5.25: Abweichung der Messanordnungen $R_{DA,CB}$ und $R_{AD,BC}$ zu $R_{BC,AD}$ und $R_{CB,DA}$ für die n-dotierte Germaniumprobe. Bei einem Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie markiert die maximale Abweichung von 3%.

Die maximale Abweichung von 3 % wird bei keinem Messpunkt überschritten. Bei 300K beträgt die Abweichung 0,4 %.

Übersicht

	Ergebnis	Literatur
Vorzeichen U_H	–	
Dotierung	n	
Dotierkonzentration _{343K} in $\frac{1}{\text{cm}^3}$	$> 4,3(\pm 0,3) \cdot 10^{17}$	
Reservenkonzentration _{300K} in $\frac{1}{\text{cm}^3}$	$4,1(\pm 0,5) \cdot 10^{17}$	$2,0 \cdot 10^{17} - 1,5 \cdot 10^{18}$
μ_{H300K} in $\frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$	$1093(\pm 52)$	1800 - 2800
α	$1,8(\pm 4,5) / -3,6(\pm 0,1)$	
Leitfähigkeit _{300K} in $\frac{1}{\text{Ohmcm}}$	$72(\pm 4)$	50 - 200
$E_L - E_D$ in meV	$10(\pm 3)$	10
intrinsische Temp. in K	/	>530
Abweichung _{300K} in %	0,4	

Tabelle 5.2: Übersicht der berechneten Werte für die n-dotierte Germaniumprobe. Reservenkonzentration entnommen aus Abbildung 10.5. Hallbeweglichkeit entnommen aus Abbildung 10.6. Leitfähigkeit entnommen aus [18]. $E_L - E_D$ entnommen aus [3]. Intrinsische Temperatur entnommen aus Abbildung 10.7.

Der Hersteller gibt für den spezifischen Widerstand ohne Temperaturberücksichtigung einen Bereich von (0,005 - 0,02) Ohmcm an (siehe im Anhang Abbildung 10.10). Aus dem Diagramm

(siehe Anhang Abbildung10.5) folgt ebenfalls ein Bereich für die Reservenkonzentration. Der ermittelte Wert liegt innerhalb dieses Bereiches. Eine mögliche Ursache für die Diskrepanz zwischen der ermittelten Hallbeweglichkeit und dem Literaturwert ist unbekannt. Die ermittelte Leitfähigkeit stimmt innerhalb des angegebenen Bereichs mit der Herstellerangabe überein. Die ermittelte Differenz zwischen Leitungs- und Donatorniveau stimmt mit dem Literaturwert überein. Laut Literatur beträgt die intrinsische Temperatur für Germanium $>530\text{K}$, ein exakter Wert ist nicht bestimmbar, denn das Diagramm liefert nur Werte bis zu einer Elektronendichte von 10^{17} 1/cm^3 . Bei der Messung konnte lediglich ein Wert von 343K erreicht werden, denn bei höheren Temperaturen trägt der Messaufbau Schäden davon.

5.2.3 p-dotierte Germaniumprobe

Die verwendete Germaniumprobe ist mittels Gallium p-dotiert. Um den Grenzwert von 2mW für die konstante Stromquelle einzuhalten, wird ein Längsstrom von 40mA gewählt.

Hallspannung

Auf Basis der Formel 3.26 zeigt Abbildung 5.26 die Hallspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

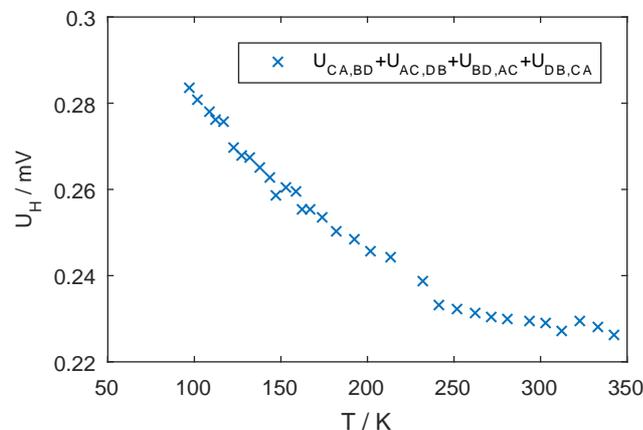


Abbildung 5.26: Hallspannung der p-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 40mA . Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

Das positive Vorzeichen der Hallspannung belegt die positive Dotierung der Probe. Die Hallspannung zeigt ein kontinuierlichen Abfall mit steigender Temperatur, denn das Akzeptorniveau füllt sich stetig mit Elektronen bzw. die Anzahl an Defektelektronen im Valenzband steigt. Es ist keine Sättigung zu erkennen, somit ist die Reserve in diesem Temperaturbereich nicht aufgebraucht. Die Unregelmäßigkeit bei 242K ist einer Messunterbrechung geschuldet. Bei Wiederaufnahme der Messung wurde auf den Einsatz von Stickstoff verzichtet.

Ladungsträgerdichte

Auf Basis der Formel 2.6 zeigt Abbildung 5.27 die Defektelektronendichte aufgetragen über der reziproken Temperatur.

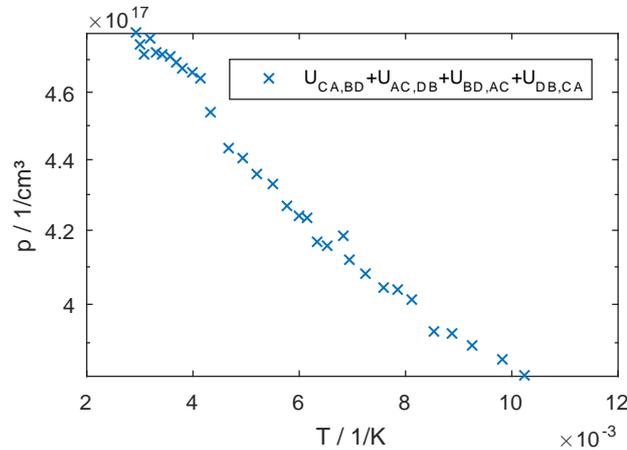


Abbildung 5.27: Defektelektronendichte der p-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 40mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

Die Ladungsträgerdichte steigt kontinuierlich mit der Temperatur. Wie bereits erwähnt, ist ein fließender Übergang von der Reserve in den intrinsischen Bereich möglich. Da auch hier keine sprunghafte Änderung der Steigung zu erkennen ist, ist der komplette Verlauf dem Bereich der Reserve zuzuordnen. Die verwendeten Temperaturen genügen auch in diesem Fall nicht, um die Erschöpfung bzw. den intrinsischen Bereich abzubilden. Die exakte Dotierkonzentration ist somit nicht bestimmbar, die Größenordnung liegt jedoch bei $> 4,8(\pm 0,4) \cdot 10^{17} 1/cm^3$. Die Reservenkonzentration bei 300K beträgt $4,7(\pm 0,4) \cdot 10^{17} 1/cm^3$.

Hallkonstante

Auf Basis der Formel 2.7 zeigt Abbildung 5.28 den natürlichen Logarithmus der Hallkonstante in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur.

Der Wert der Hallkonstante nimmt kontinuierlich mit steigender Temperatur ab und zeigt erwartungsgemäß ein antiproportionales Verhalten zur Ladungsträgerdichte. Die aus der Theorie zu erwartende Linearität ist annähernd zu erkennen. Aus diesem Grund zeigt die rote Linie die Regressionsgerade über alle Messwerte. Wie bei der n-dotierten Probe kann die Bandlücke E_g in diesem Fall durch $E_A - E_V$ ersetzt werden. Folglich liefert die Steigung der linearen Regression die Differenz der Energieniveaus von Akzeptorniveau und Valenzband. Bei gegebener Steigung von $33(\pm 2)$ K ergibt sich für $E_A - E_V$ ein Wert von $6(\pm 1)$ meV.

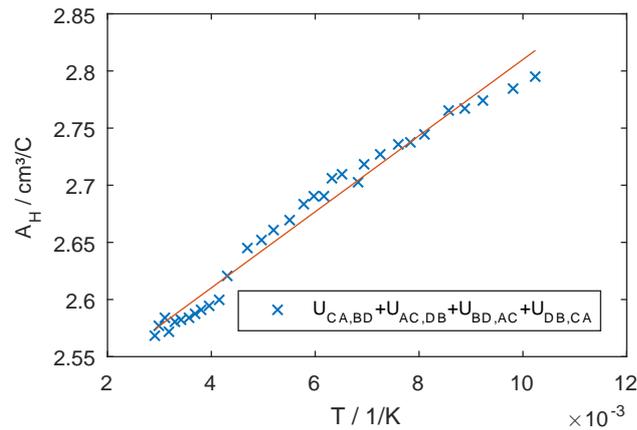


Abbildung 5.28: Natürlicher Logarithmus der Hallkonstante der p-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 40mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die Steigung der linearen Regression beträgt $33(\pm 2)$ K.

Leitfähigkeit

Auf Basis des Kehrwerts von Formel 2.18 zeigt Abbildung 5.29 die Leitfähigkeit der Probe in Abhängigkeit von ihrer Temperatur.

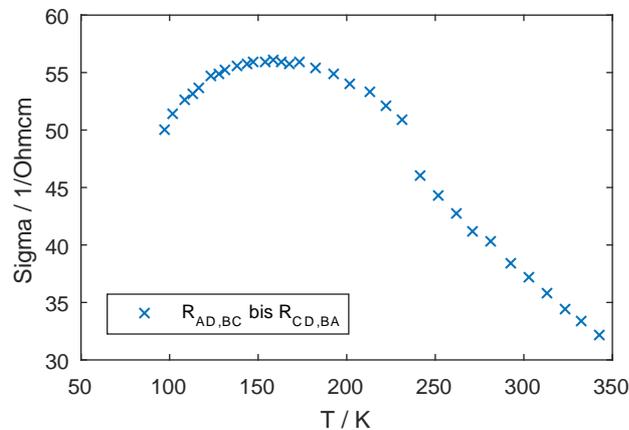


Abbildung 5.29: Leitfähigkeit der p-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 40mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$.

Wie bereits erwähnt ist die Leitfähigkeit sowohl von der Dotierkonzentration (siehe Abbildung 5.27) als auch von der Hallbeweglichkeit (siehe Abbildung 5.30) abhängig. Die dominierende Größe in diesem Fall ist die fallende Hallbeweglichkeit. Analog dazu ist ein Anstieg der Leitfähigkeit bei niedrigen Temperaturen und ein Abfall bei hohen Temperaturen zu erkennen. Die Leitfähigkeit bei 300K beträgt $39(\pm 2)$ 1/Ohmcm. Der Sprung bei 242K ist der Messunterbrechung geschuldet.

Hallbeweglichkeit

Auf Basis der Formel 2.11 zeigt Abbildung 5.30 die Hallbeweglichkeit in Abhängigkeit von der Temperatur, beide Größen sind logarithmisch dargestellt.

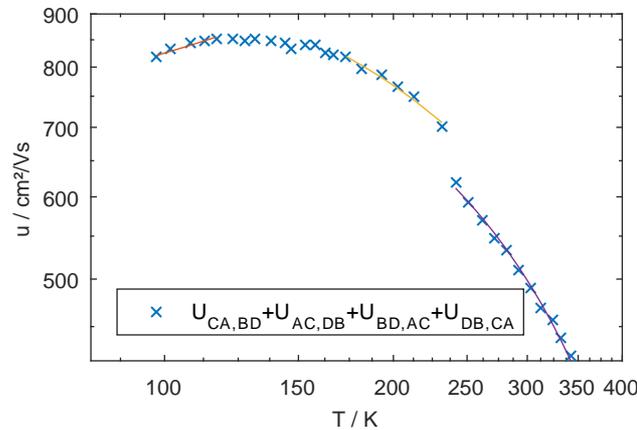


Abbildung 5.30: Hallbeweglichkeit der p-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 40mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Beide Achsen sind logarithmisch dargestellt. Die rote Linie zeigt die Regressionsgerade mit der Steigung $1,8(\pm 0,7) \text{ cm}^2 \text{ K/Vs}$. Die gelbe Linie zeigt die Regressionsgerade mit der Steigung $-1,9(\pm 0,3) \text{ cm}^2 \text{ K/Vs}$. Die violette Linie zeigt die Regressionsgerade mit der Steigung $-1,9(\pm 0,1) \text{ cm}^2 \text{ K/Vs}$.

Abbildung 5.30 zeigt einen konventionellen Verlauf der Hallbeweglichkeit. Vergleicht man diesen mit dem in der Literatur beschriebenen Verlauf, siehe Abbildung 2.2, so zeigt sich eine qualitative Übereinstimmung. Im Bereich von 100K bis 120K ist der Einfluss der Phononen marginal und der Einfluss von ionisierten Störstellen mit Zunahme der Temperatur abnehmend. Folglich ist ein Anstieg der Hallbeweglichkeit zu erkennen und es ergibt sich ein positiver Exponent von $1,8(\pm 0,7)$. Bis ca. 160K zeigt sich ein konstanter Verlauf, somit kompensieren sich die Einflüsse der beiden Streuprozesse gegenseitig. Aufgrund des Sprungs bei 242K sind zwei Regressionsgeraden abgebildet. Für den Bereich von 173K bis 230K beträgt der Exponent $-1,9(\pm 0,3)$. Für den Bereich von 240K bis 343K ergibt sich ein Exponent von $-1,9(\pm 0,1)$. Trotz Messunterbrechung decken sich beide Exponenten und zeigen den dominierenden Einfluss der Phononenstreuung bei hohen Temperaturen. Die Hallbeweglichkeit bei 300K beträgt $491(\pm 23) \text{ cm}^2 \text{ /Vs}$.

Abweichung

Die potentiellen Fehlerquellen sind äquivalent zu denen der undotierten und n-dotierten Germaniumprobe. Siehe Abschnitt "Abweichung und Fehlerquellen" in Kapitel 5.2.1 zuvor.

Abbildung 5.31 zeigt die Abweichung der Messanordnungen die äquivalent zueinander sind (vgl. Formel 5.1).

Die maximale Abweichung von 3 % wird bei keinem Messpunkt überschritten. Bei 300K beträgt die Abweichung 0,06 %.

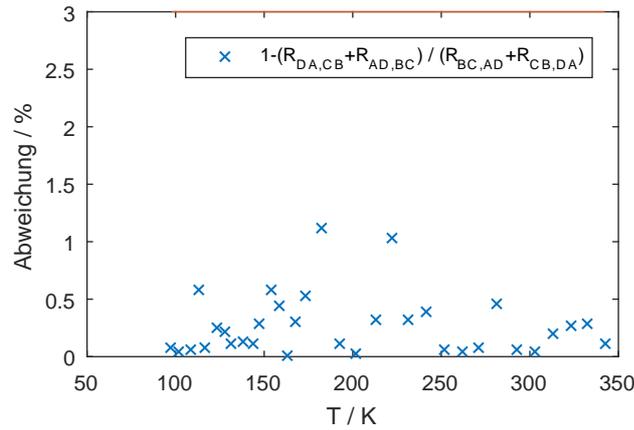


Abbildung 5.31: Abweichung der Messanordnungen $R_{DA,CB}$ und $R_{AD,BC}$ zu $R_{BC,AD}$ und $R_{CB,DA}$ für die p-dotierte Germaniumprobe. Bei einem Längsstrom von 40mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie markiert die maximale Abweichung von 3%.

Übersicht

	Ergebnis	Literatur
Vorzeichen U_H	+	
Dotierung	p	
Dotierkonzentration _{343K} in $\frac{1}{cm^3}$	$> 4,8(\pm 0,4) \cdot 10^{17}$	
Reservekonzentration _{300K} in $\frac{1}{cm^3}$	$4,7(\pm 0,4) \cdot 10^{17}$	$1,7 \cdot 10^{17} - 1,0 \cdot 10^{18}$
μ_{H300K} in $\frac{cm^2}{Vs}$	491(±23)	400 - 700
α	$1,8(\pm 0,7) / -1,9(\pm 0,3)$	
Leitfähigkeit _{300K} in $\frac{1}{Ohmcm}$	39(±2)	25-100
$E_A - E_V$ in meV	6(±1)	11
intrinsische Temp. in K	/	>530
Abweichung _{300K} in %	0,06	

Tabelle 5.3: Übersicht der berechneten Werte für die n-dotierte Germaniumprobe. Reservekonzentration entnommen aus Abbildung 10.5. Hallbeweglichkeit entnommen aus Abbildung 10.6. Leitfähigkeit entnommen aus [18]. $E_A - E_V$ entnommen aus [3]. Intrinsische Temperatur entnommen aus Abbildung 10.7.

Auch bei dieser Probe gibt der Hersteller für den spezifischen Widerstand ohne Temperaturberücksichtigung einen Bereich an (siehe im Anhang Abbildung 10.11). Aus dem Diagramm (siehe Anhang Abbildung 10.5) folgt ebenfalls ein Bereich für die Reservekonzentration. Der ermittelte Wert bei 300K liegt innerhalb dieses Bereiches. Die Beweglichkeit stimmt innerhalb des Bereiches mit dem Literaturwert überein. Auch die Leitfähigkeit stimmt innerhalb des Bereiches mit dem Literaturwert überein. Dies ist der zweite Beleg für die Zuverlässigkeit des Versuchsaufbaus bzw. der Messmethode. Der negative Wert für α deutet auf die Dominanz der

Phononenstreuung bei hohen Temperaturen hin, der positive Wert bei niedrigeren Temperaturen auf die Dominanz der ionisierten Störstellen. Die Diskrepanz zwischen der ermittelten Differenz zwischen Akzeptor- und Valenzbandniveau und dem Literaturwert basiert wahrscheinlich auf der relativ starken Streuung der Messwerte um die Regressionsgerade. Die Literaturquelle ist auf eine Dotierkonzentration von 10^{17} 1/cm^3 limitiert, sodass lediglich eine intrinsische Temperatur von mindestens $>530\text{K}$ bestimmt werden kann.

6 Diskussion

In dem vorangegangenen Kapitel wurde eine gute Übereinstimmung zwischen den ermittelten und den Literaturwerten festgestellt. Im Folgenden werden nun die ermittelten Werte der verschiedenen Proben untereinander verglichen.

	Ge undotiert	Ge n-dotiert	Ge p-dotiert
Vorzeichen U_H	–	–	+
Dotierung	keine	n	p
Verunreinigung/Dotierkonzentration in $\frac{1}{cm^3}$	$9,9 \cdot 10^{12}$	$> 4,3 \cdot 10^{17}$	$> 4,8 \cdot 10^{17}$
Ladungsträgerkonzentration _{300K} in $\frac{1}{cm^3}$	$2,0 \cdot 10^{14}$	$4,1 \cdot 10^{17}$	$4,7 \cdot 10^{17}$
μ_{H300K} in $\frac{cm^2}{Vs}$	/	1093	491
α	-0,6/ -2,6	1,8/ -3,6	1,8/ -1,9
Leitfähigkeit _{300K} in $\frac{1}{Ohmcm}$	0,024	72	39
intrinsische Temp. in K	250	/	/
Abweichung _{300K} in %	0,09	0,4	0,06

Tabelle 6.1: Übersicht der berechneten Werte für alle drei Germaniumproben.

Die drei Germaniumproben wurden von demselben Hersteller geliefert und weisen alle das gleiche Herstellungsdatum auf.

Der Vergleich der Ladungsträgerkonzentrationen bei 300K zeigt deutlich den Einfluss der Dotierung. Die undotierte Germaniumprobe zeigt bei dieser Temperatur bereits intrinsisches Verhalten und weist dennoch einen deutlich niedrigeren Wert auf. Bei den dotierten Germaniumproben setzt sich die Ladungsträgerkonzentration bei dieser Temperatur lediglich aus der Reserve zusammen. Der höher Wert bei dem p-dotierten Material bestätigt die höhere Dotierkonzentration.

Wie erwartet, weisen die dotierten Germaniumproben eine höhere Leitfähigkeit als die undotierte Probe auf. Prägnant ist der Unterschied zwischen der n- und der p-dotierten Germaniumprobe, trotz ähnlicher Dotierkonzentration liegt fast ein Faktor zwei zwischen den jeweiligen Leitfähigkeiten. Dies begründet sich in der Verunreinigung der Probe, die Elektronen besetzen die "Löcher", die durch die Dotierung eingebracht werden. Somit ist der Effekt der durch die p-Dotierung erzielt werden soll geringer.

Analog zu der höchsten Leitfähigkeit weist die n-dotierte Germaniumprobe die höchste Beweglichkeit auf.

Für α weist die undotierte Germaniumprobe sowohl für den Erschöpfungs- als auch für den intrinsischen Bereich einen negativen Wert auf. Dies ist annehmbar, da es sich um einen "reinen Kristall" handelt und der Einfluss von ionisierten Störstellen theoretisch nicht vorhanden ist. Die dotierten Germaniumproben hingegen weisen bei niedrigen Temperaturen einen positiven und bei hohen Temperaturen einen negativen Exponenten auf. Der Einfluss der ionisierten Störstellen ist deutlich zu erkennen. Mit steigender Temperatur dominiert der Einfluss der Phononenstreuung, wie erwartet. Sowohl für den Einfluss der ionisierten Störstellen als auch für den der Phononenstreuung wird der Exponent qualitativ mit 1,5 beziffert. Für den ersten Fall mit

negativen und für den zweiten Fall mit positiven Vorzeichen. Die p-dotierte Germaniumprobe nähert sich diesem Wert akzeptabel. Die n-dotierte Probe weist einen fast doppelt so hohen Wert für die Phononenstreuung auf. Eventuell überlagern sich in diesem Fall beide Streuungsprozesse stärker oder weitere Effekte aufgrund von Korngrenzen oder Verunreinigungen nehmen Einfluss.

Die intrinsische Temperatur für die dotierten Germaniumproben liegt laut Literatur bei $>530\text{K}$ und somit mindestens 280K über dem ermittelten Wert der undotierten. Dies ist deckt sich mit der Literatur, im Anhang in Abbildung 10.7 ist mit steigender Dotierkonzentration ein Anstieg der intrinsischen Temperatur zu erkennen.

Trotz der Eliminierung der parasitären Effekte sind Schwierigkeiten während der Messung aufgetreten. Die Abweichung zwischen den Widerstandsgrößen (siehe Formel 3.29) der äquivalenten Messanordnungen sollte die 3 % Grenze nicht überschreiten. Bei 300K ist diese Bedingung bei allen drei Proben erfüllt. Bei der undotierten Germaniumprobe ist diese Bedingung für Temperaturen unterhalb von 250K jedoch nicht erfüllt (siehe Abbildung 5.19). Dieser Temperaturbereich entspricht dem Bereich der Erschöpfung. Die ermittelten Werte jedoch stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit der Literatur überein. Die Ursache für diesen Widerspruch ist unbekannt und könnte in einer weiteren Arbeit näher untersucht werden.

Des Weiteren entsteht durch den Abstand und Größe der Kontakte ein systematischer Fehler, welcher in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wird. Zur Berücksichtigung dieses Fehlers bietet [19] eine nähere Betrachtung. Auf Basis dieser Literatur könnte eine ausführlichere Fehlerbetrachtung durchgeführt werden. Wobei die ermittelten Werte von der Literatur bestätigt sind und somit die Höhe des Einflusses dieses Fehlers kritisch gesehen werden darf. Weiteres Potential für eine nähere Betrachtung bieten die Sprünge in den Messkurven. Als Hauptursache wird die Winkelstellung der Probe angesehen, der Einfluss des Stickstoffs auf die Messwerte könnte jedoch auch von Interesse sein.

Es lässt sich jedoch konstatieren, dass der Versuchsaufbau, mit Wahl adäquater Parameter, zuverlässige Messergebnisse liefert.

7 spezifische Widerstandsmessung an Fe_3O_4 / MgO

Mit dem Messaufbau sollen auch dünne Schichten untersucht werden. Aus diesem Grund widmet sich dieses Kapitel einer Untersuchung einer Magnetitschicht von ungefähr $0,023(\pm 0,002) \mu\text{m}$ Dicke auf einem MgO -Substrat. Für die Untersuchung genügen die Messungen zur Bestimmung des Flächenwiderstands bzw. der Leitfähigkeit. Es wird ein Längsstrom von $0,05\text{mA}$ gewählt.

Magnetit ist ein Mineral und gilt als das älteste bekannte magnetische Material. Schon die Chinesen sollen es vor Jahrtausenden als Kompass für ihre Schifffahrt benutzt haben.[20] Expliziter gesagt, ist Magnetit ein Eisenoxid, mit einer Struktur von drei Eisenatomen und vier Sauerstoffatomen. In Symbolschreibweise wird es als Fe_3O_4 bezeichnet. Es ist ferrimagnetisch und kristallisiert in der inversen Spinellstruktur mit der Gitterkonstanten von $a=0.8396 \text{ nm}$. Aufgrund der von der Theorie vorhergesagten Halbmetallizität und somit einer vollständigen Spinpolarisierung an der Fermikante als auch der hohen Currie-Temperatur von 858K , ist Magnetit ein vielversprechender Kandidat für Anwendungen im Bereich der Spintronik. Bei ca. 120K durchläuft Magnetit einen Phasenübergang, die sogenannte Verwey-Transition. Dabei fällt zum einen die elektrische Leitfähigkeit um zwei Größenordnungen ab, zum anderen ändert sich die Kristallstruktur von kubisch zu orthorombisch. Somit kann der Verwey-Übergang als ein Metal-Isolator Übergang gesehen werden. [21]

Laut Verwey kann der elektrische Transport innerhalb Magnetits durch sogenanntes thermisch aktivierten Hopping-Prozess beschrieben werden. Senkt man die Temperatur kann ab der der Verwey-Temperatur T_V die Hoppingbarriere nicht mehr überwunden werden, was zu einem abrupten Abfall der Leitfähigkeit führt.[22] Elektronen *hüpfen* von einem Fe-Ion zum nächst benachbarten. Der Ausgangszustand der gemischten Valenzen muss jedoch reproduziert werden, sodass nur bestimmte Hüpfprozesse erlaubt sind. Dies hat zur Folge, dass nur bestimmte Elektronen an der Leitung beteiligt sind. [23]

Für den Hoppingprozess lässt sich folgender Zusammenhang finden: [24]

$$\text{Sigma} \propto \exp\left(-\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/(dim+1)}\right) \quad (7.1)$$

Die Variable "dim" steht für die Dimension der Schicht. Für die Dicke der verwendeten Schicht werden zwei Fälle unterschieden. Die Schicht wird sowohl als zweidimensional als auch dreidimensional betrachtet.

In diesem Kapitel wird untersucht, ob die Probe den Verwey-Übergang aufweist und bei welcher Temperatur der Übergang vollzogen wird. Des Weiteren wird überprüft, ob der Transportmechanismus der Probe auf dem "hopping" basiert.

7.1 Auswertung

spezifischer Widerstand

Der spezifische Widerstand basiert auf der Messung der Längsspannung. Das dazugehörige Diagramm liefert jedoch keine nennenswerte Erkenntnisse und ist deshalb im Anhang unter Abbildung 10.12 einzusehen.

Auf Basis von Formel 2.18 zeigt Abbildung 7.1 die Leitfähigkeit der Probe in Abhängigkeit von ihrer Temperatur.

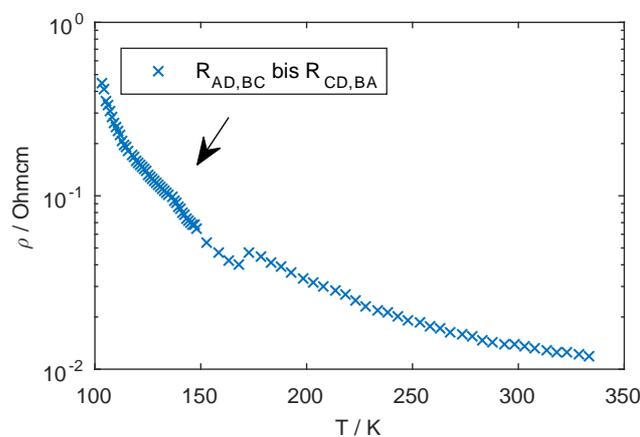


Abbildung 7.1: Spezifischer Widerstand der Magnetitprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,05mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$. Die Ordinatenachse ist logarithmiert.

Es ist ein stetiger Abfall des spezifischen Widerstands mit steigender Temperatur erkennbar. Bei ca. 170K ist ein Sprung zu erkennen, dessen Ursache unbekannt ist. Der Pfeil zeigt auf einen Bereich in dem der spezifische Widerstand abknickt dies könnte der Verwey-Übergang sein, der Knick ist jedoch nicht sehr ausgeprägt.

Um die Änderung des spezifischen Widerstands deutlicher zu erkennen, zeigt die folgende Abbildung 7.2 die erste Ableitung.

Ableitung des spezifischen Widerstands

Der Wert der Ableitung des spezifischen Widerstands nimmt mit sinkender Temperatur zu. Bei 137K ist ein Peak zu erkennen, ergo die Änderung des spezifischen Widerstands ist an diesem Punkt maximal und deutet auf den Verwey-Übergang hin.

Abweichung

Abbildung 7.3 zeigt die Abweichung der Messanordnungen die äquivalent zueinander sind (vgl. Formel 5.1).

Die maximale Abweichung von 3 Prozent wird bei keinem Messpunkt überschritten.

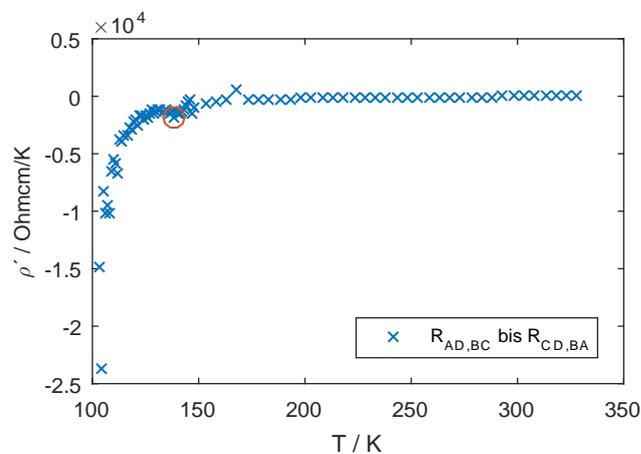


Abbildung 7.2: Ableitung des Flächenwiderstands der Magnetitprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,05mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$. Die rote Markierung zeigt den Verwey-Übergang.

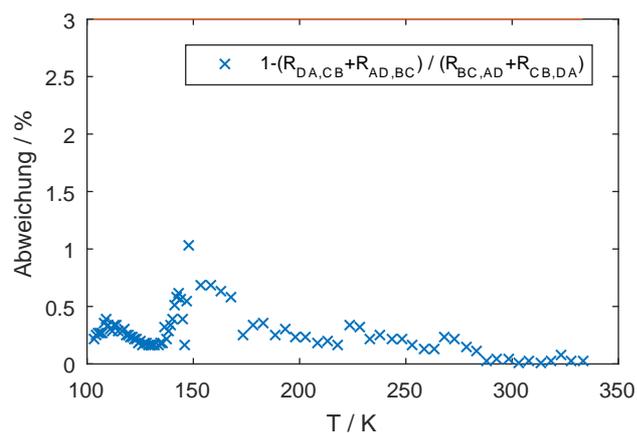


Abbildung 7.3: Abweichung der Messanordnungen $R_{DA,CB}$ und $R_{AD,BC}$ zu $R_{BC,AD}$ und $R_{CB,DA}$ für die Magnetitprobe. Bei einem Längsstrom von 0,05mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie markiert die maximale Abweichung von 3 Prozent.

7.2 Diskussion

Der Verwey-Übergang ist bei dieser Probe schwach ausgeprägt. Je dünner eine Schicht desto weniger stark ist der Verwey-Übergang ausgeprägt. [25] Die verwendete Schichtdicke von $0,023\mu\text{m}$ kann zwar als relativ dünn angesehen werden, jedoch zeigt die Literatur [25] bereits ab einer Schichtdicke von $0,02\mu\text{m}$ einen ausgeprägten Verwey-Übergang. Auch spielt die kristalline Qualität eine Rolle, je mehr Antiphasengrenzen, desto undeutlicher der Übergang, bei Verwendung von MgO als Substrat sollte dies jedoch keinen nennenswerten Einfluss haben. [25] Da die Dicke der Schicht und das Substrat als Ursache ausgeschlossen werden können, könnte das Alter der Probe der Grund sein. Die Probe wurde vor ca. einem Jahr angefertigt, eventuell hat sich im Laufe der Zeit die Struktur der Probe verändert. Gewissheit würde dieselbe Messung mit einer neu angefertigten Probe bringen.

Auffällig ist die Diskrepanz zwischen dem ermittelten Temperaturwert des Verwey-Übergangs von 137K und dem in der Literatur [23] angegebenen Wert von ca. 120K . Bei dünnen Schichten tendiert die Temperatur für den Verwey-Übergang im Normalfall zu Temperaturen $<120\text{K}$. Dies deutet auf einen Fehler in der Temperaturbestimmung hin. In Abbildung 3.1 ist bewusst ein Abstand zwischen der Probe und dem Thermoelement angedeutet, in der Realität beträgt die Distanz ca. $1,5\text{cm}$. Praktisch bedeutet dies, dass die gemessene Temperatur mit der Proben-temperatur nicht übereinstimmt. Die Heizspule ist dichter an dem Thermoelement platziert als an der Probe, folglich misst man höhere Temperaturwerte als die Probe tatsächlich aufweist. Dies könnte die Ursache für den Versatz der Temperatur zu einem Wert der $>120\text{K}$ ist sein. Die Differenz der oben genannten Werte deutet auf einen Messfehler von ca. 17K hin. Ein Versatz des Thermoelements mit erneuter Messung könnte diese Annahme bestätigen.

Betrachtet man die Schicht als zweidimensional und wendet den natürlichen Logarithmus auf die Formel 7.1 an, so ergibt sich für diese Probe, der Verlauf, der in Abbildung 7.4 gezeigt ist.

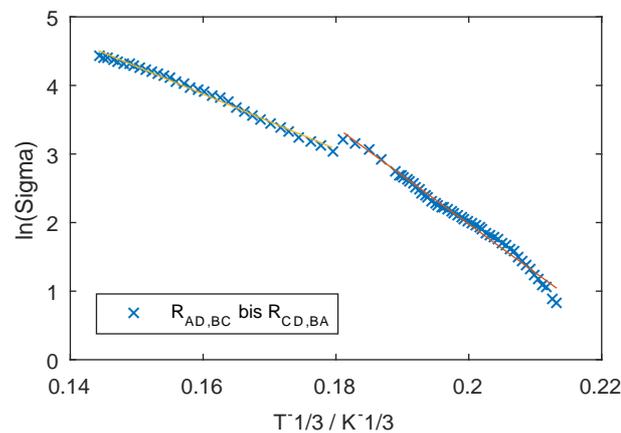


Abbildung 7.4: Leitfähigkeit der Magnetitprobe bei einem konstanten Längsstrom von $0,05\text{mA}$. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$. Die Werte der Ordinatenachse sind logarithmiert. Die rote und die gelbe Linie zeigen die Regressionsgerade für den jeweiligen Bereich.

Der Verwey-Übergang liegt bei $0,19\text{K}^{-1/3}$. Im Bereich der tiefen Temperaturen, größer als $0,19\text{K}^{-1/3}$, ist kein linearer Zusammenhang erkennbar. Das "Hopping" als Transportmechanismus kann für diesen Temperaturbereich ausgeschlossen werden.

Betrachtet man die Schicht als dreidimensional, so ergibt sich für diese Probe, der Verlauf, der in Abbildung 7.5 gezeigt ist.

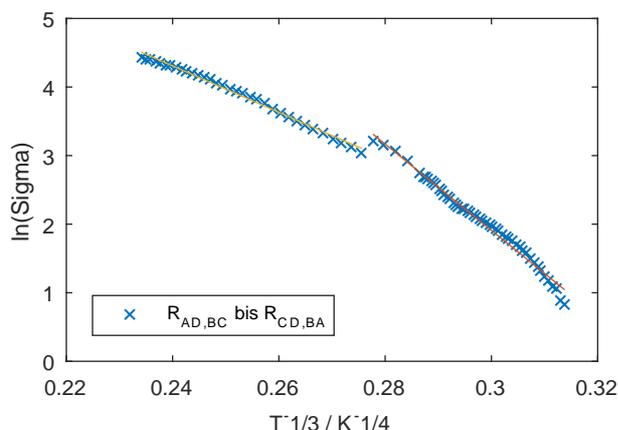


Abbildung 7.5: Leitfähigkeit der Magnetitprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,05mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Basis bildet der Mittelwert der jeweiligen vier Messanordnungen $R_{AD,BC}$ bis $R_{CD,BA}$. Die Werte der Ordinatenachse sind logarithmiert. Die rote und die gelbe Linie zeigen die Regressionsgerade für den jeweiligen Bereich.

Der Verwey-Übergang liegt bei $0,29 \text{ K}^{-1/4}$. Auch in diesem Fall, ist im Bereich der tiefen Temperaturen, größer $0,29 \text{ K}^{-1/4}$, kein linearer Zusammenhang erkennbar. Das "Hopping" als Transportmechanismus kann für die Messung dieser Probe ausgeschlossen werden. Der Vollständigkeit halber soll jedoch nicht unerwähnt bleiben, dass bei hohen Temperaturen jenseits des Verwey-Übergangs eine Linearität zu erkennen ist. **hopping gilt nur für tiefe ne?**

8 Optimierungspotential

Die Messung der Magnetitprobe deutet auf einen Fehler bei der Temperaturbestimmung hin. Als Maßnahme sollte das Thermoelement dichter an der Probe platziert und die gleichmäßige Erwärmung der Probe näher untersucht werden. Außerdem haben die Voruntersuchungen gezeigt, dass die Magnetspulen mit zunehmender Erhitzung, die eingestellte magnetische Flussdichte nicht bereitstellen. Derzeit werden die Magnetspulen mit einer konstanten Spannungsquelle versorgt, diese sollte durch eine konstante Stromquelle ersetzt werden, um somit eine Unabhängigkeit von dem Widerstand der Spulen zu erreichen. Des Weiteren musste bei temperaturunabhängigen Messung stets eine Temperatur angegeben werden, da das Programm ansonsten eine Messung verweigert. Selbst bei geringen Temperaturschwankungen erschwert dies die Messung unnötig, da das Programm lediglich eine Temperaturschwankung von $\pm 0,5^\circ\text{C}$ zulässt. Die Hysterese der magnetischen Flussdichte bleibt im Programm unberücksichtigt, aus diesem Grund ist kein automatisiertes Messen möglich. Es bedarf einer Anpassung des Programms, um diese zwei Optimierungen vorzunehmen. Bei zeitaufwendigen Messungen, die eine Unterbrechung zur Folge haben, wäre zudem eine Vorrichtung vorteilhaft die die Winkelstellung der Probe fixiert.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Zur Charakterisierung von Halbleitern wird ein Messplatz zur Bestimmung der Hallspannung bzw. des Flächenwiderstands verwendet. Es bedarf eines adäquaten Umgangs mit diesem, um parasitäre Effekte zu vermeiden und ein unverfälschtes Messergebnis zu erzielen. Um die Effekte zu identifizieren und die Zuverlässigkeit des Messaufbaus zu bestätigen werden in dieser Arbeit verschieden dotierte Halbleiter untersucht und mit der Literatur verglichen.

Als Grundlage dient die van der Pauw-Messmethode. Sie nutzt sowohl die Geometrie der Probe, als auch die Invertierung der magnetischen Flussdichte um eine unverfälschte Hallspannung zu messen. Eine Verfälschung entsteht durch den Offset und thermoelektrische Effekte, diese konnten in der Voruntersuchung erfolgreich identifiziert und eliminiert werden. Es handelt sich um den Seebeck- und den Nernsteffekt. Voraussetzung der van der Pauw-Messmethode sind ideale punktförmige Kontakte. Da diese technisch nicht realisiert werden konnten, wurde eine quadratische Probe verwendet um den Einfluss der Kontakte zu marginalisieren. Die Ecken sind angeraut und mit Indium verlötet, dies minimiert die Offsetspannung. Insgesamt bietet der Messaufbau 16 Messanordnungen, von den acht Äquivalente darstellen, somit lassen sich die Messwerte mitteln, um die Genauigkeit des Verfahrens zu erhöhen. Die Differenz zwischen der Hallspannung mit positiver und negativer magnetischer Flussdichte, gemittelt und geschickt addiert liefert die unverfälschte Hallspannung. Die Leitfähigkeit wiederum wird mittels einer iterativen Lösung bestimmt.

Insgesamt werden drei Halbleiter untersucht. Eine undotierte, eine n-dotierte und eine p-dotierte Germaniumprobe. Die Längs- und Hallspannung wird in Abhängigkeit zur Proben temperatur ermittelt, daraus lassen sich die Leitfähigkeit, die Ladungsträgerdichte, die Hallkonstante und die Beweglichkeit ableiten. Für die undotierte Probe konnte sowohl der Erschöpfungs- als auch der intrinsische Bereich dargestellt werden. Bei den dotierten Proben konnte lediglich der Reservebereich abgebildet werden. Die ermittelte Bandlücke und Dotierkonzentrationen stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit der Literatur überein. Ein Vergleich der Proben untereinander zeigt, dass die n-Dotierung die größte Leitfähigkeit und Beweglichkeit zur Folge hat. Des Weiteren zeigt die undotierte Probe ein Verhalten wie eine n-dotierte Probe, dies deutet auf Verunreinigungen hin.

Zusätzlich wird die temperaturabhängige Leitfähigkeit einer Magnetitschicht auf einem Magnesiumoxidsubstrat ermittelt. Aufbauend auf dieser Messung konnte der Verwey-Übergang beobachtet werden. Dieser zeigt sich jedoch bei einer Temperatur von 137K statt den in der Literatur angegebenen ca. 120K. Dies deutet auf einen Fehler in der Temperaturmessung hin. Des Weiteren wurde untersucht, ob der Transportprozess auf dem sogenannten "Hopping" basiert, die Messwerte konnten dies jedoch nicht bestätigen.

Da die Vermeidung von parasitären Effekten aufgezeigt wurde und die Zuverlässigkeit des Messaufbaus erwiesen ist, kann dieser in Zukunft genutzt werden um Halbleiter und dünne Schichten zu charakterisieren. Die Umsetzung der genannten Optimierungspotentiale sollte trotzdem vorgenommen werden, um die Qualität der Messung weiter zu erhöhen.

10 Anhang

Kleeblattstruktur

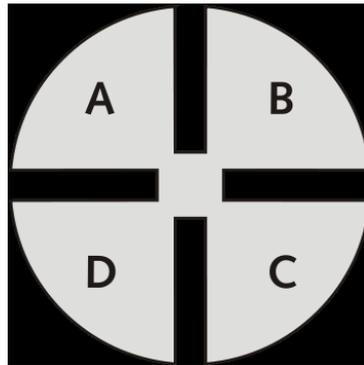


Abbildung 10.1: Kleeblattgeometrie [9].

undotierte Germaniumprobe: Quellenspannung

Abbildung 10.2 zeigt die Quellenspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

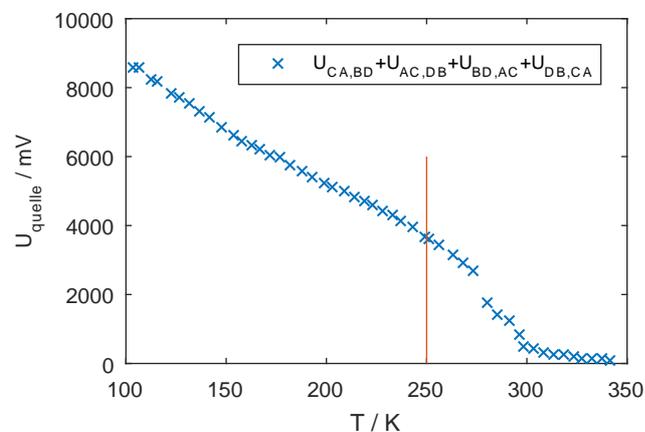


Abbildung 10.2: Quellenspannung der undotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,5mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert. Die rote Linie trennt den intrinsischen von dem Erschöpfungsbereich.

Wie in Abschnitt 5.2.1 erwähnt, bricht die Quellenspannung mit steigender Anzahl an Elektronen im Leitungsband zusammen. Der Verlauf der Messpunkte im intrinsischen Bereich zeigt dieses Verhalten.

n-dotierte Germaniumprobe: Quellenspannung

Abbildung 10.3 zeigt die Quellenspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

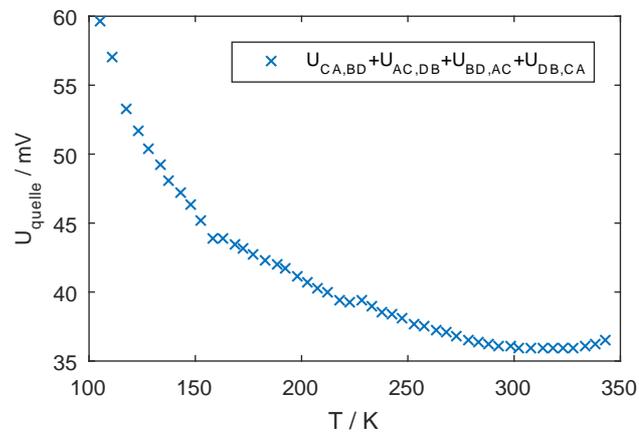


Abbildung 10.3: Quellenspannung der n-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 30mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

p-dotierte Germaniumprobe: Quellenspannung

Abbildung 10.4 zeigt die Quellenspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

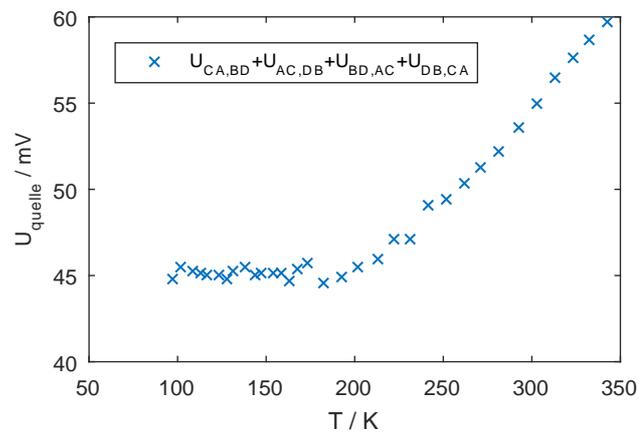


Abbildung 10.4: Quellenspannung der p-dotierten Germaniumprobe bei einem konstanten Längsstrom von 40mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

spezifischer Widerstand über der Dotierkonzentration

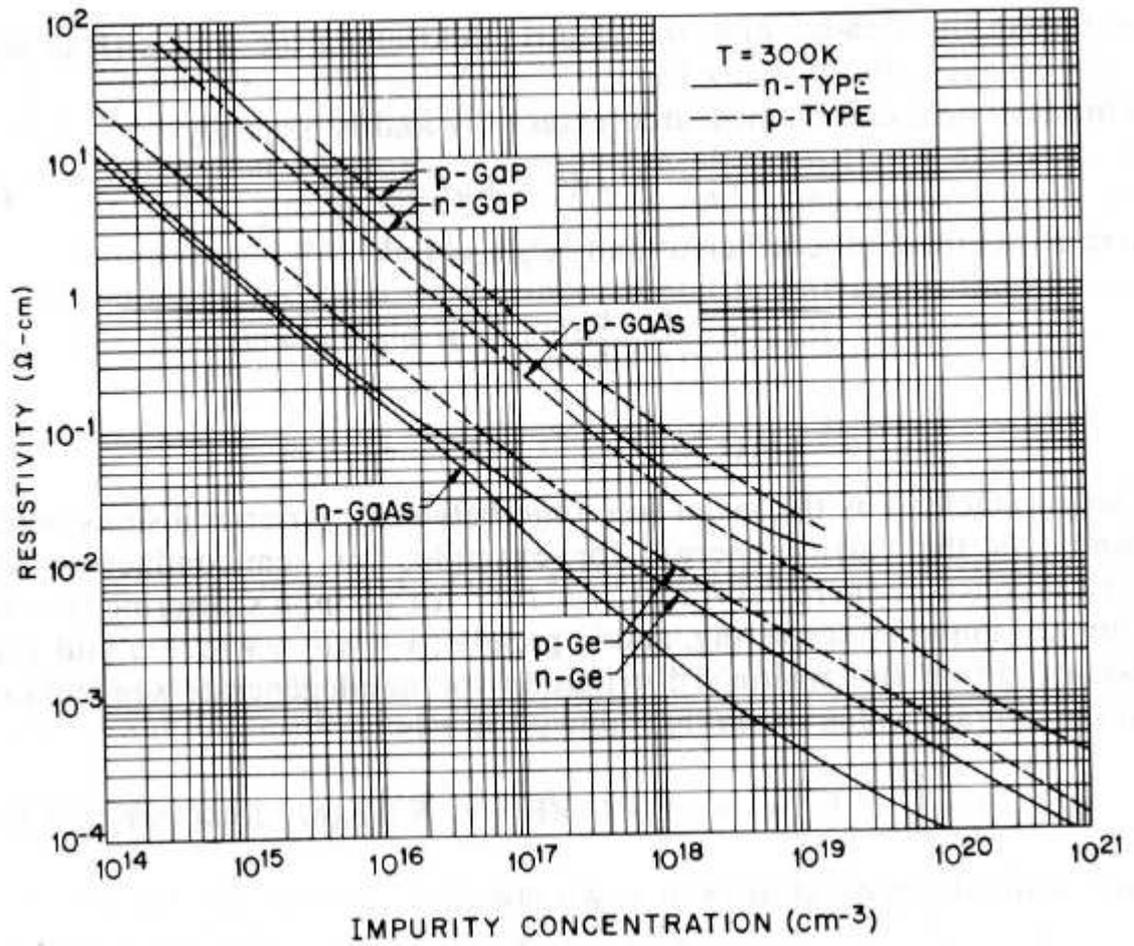


Abbildung 10.5: Spezifischer Widerstand in Abhängigkeit der Dotierkonzentration. Abbildung entnommen aus [6].

Hallbeweglichkeit über der Dotierkonzentration

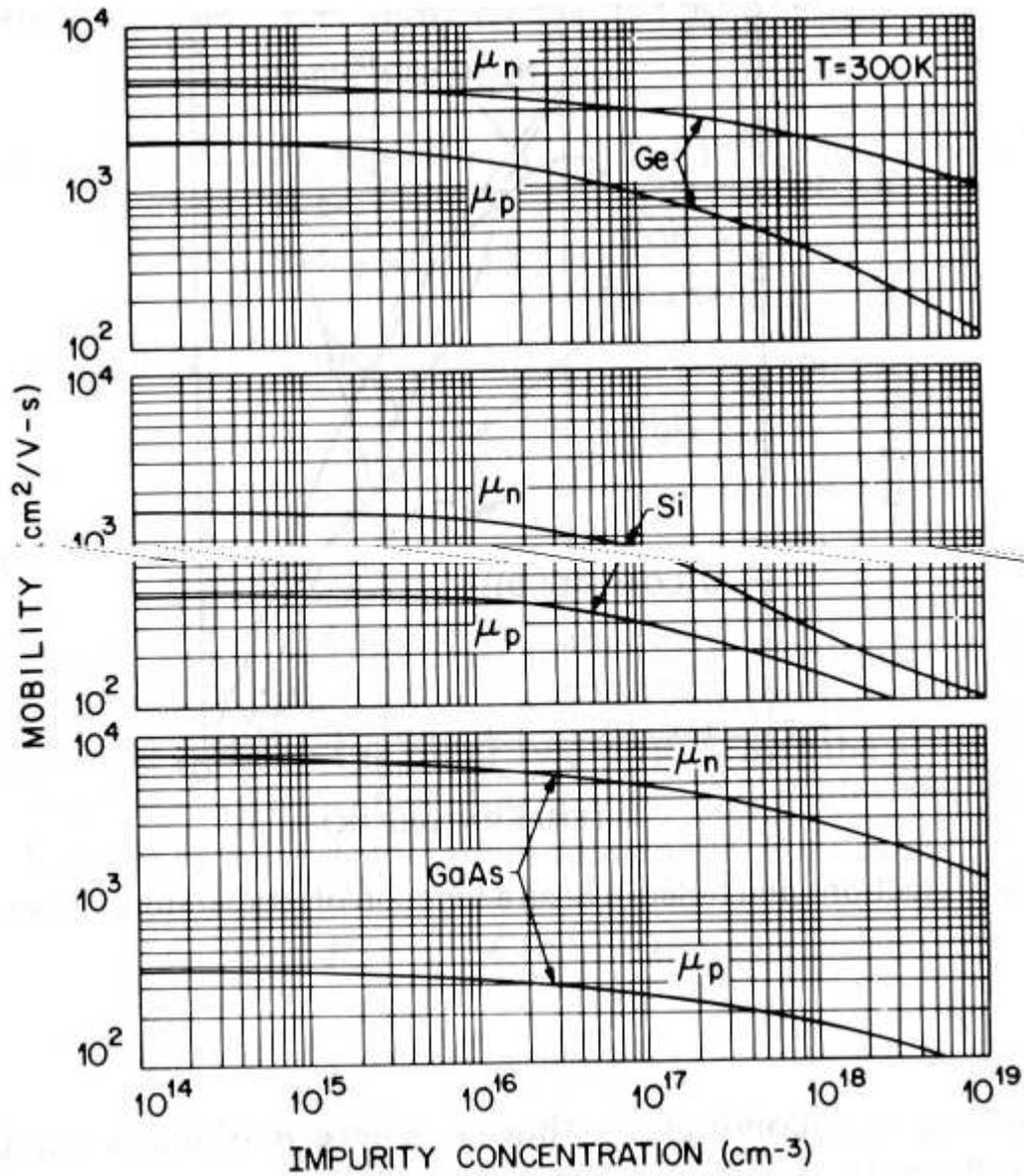


Abbildung 10.6: Hallbeweglichkeit in Abhängigkeit der Dotierkonzentration. Abbildung entnommen aus [6].

intrinsische Temperatur über der Dotierkonzentration

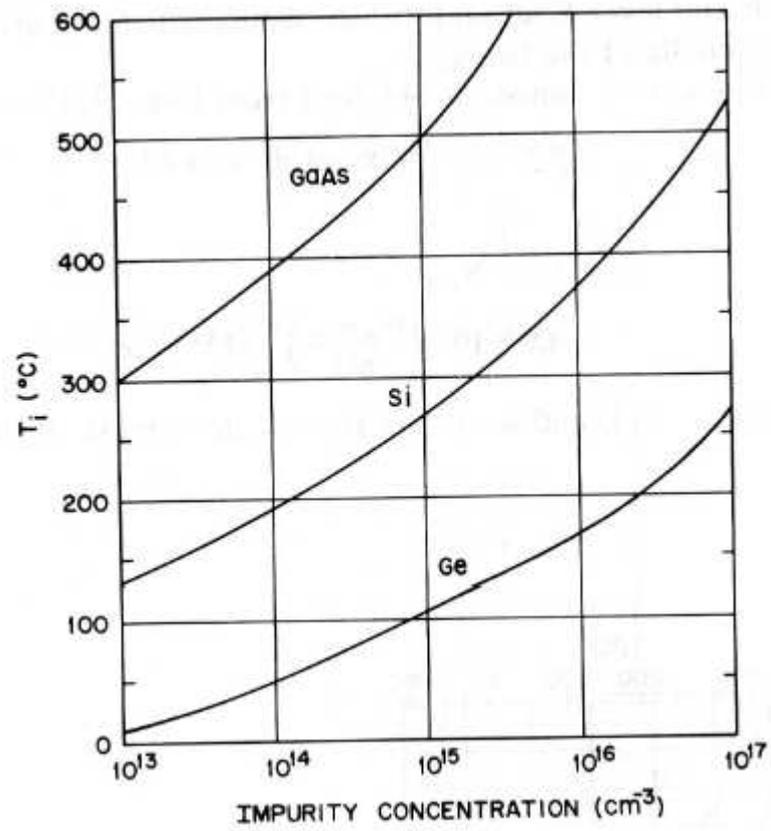


Abbildung 10.7: Intrinsische Temperatur in Abhängigkeit der Dotierkonzentration. Abbildung entnommen aus [6].

Ladungsträgerdichte für verschiedene Dotierkonzentrationen

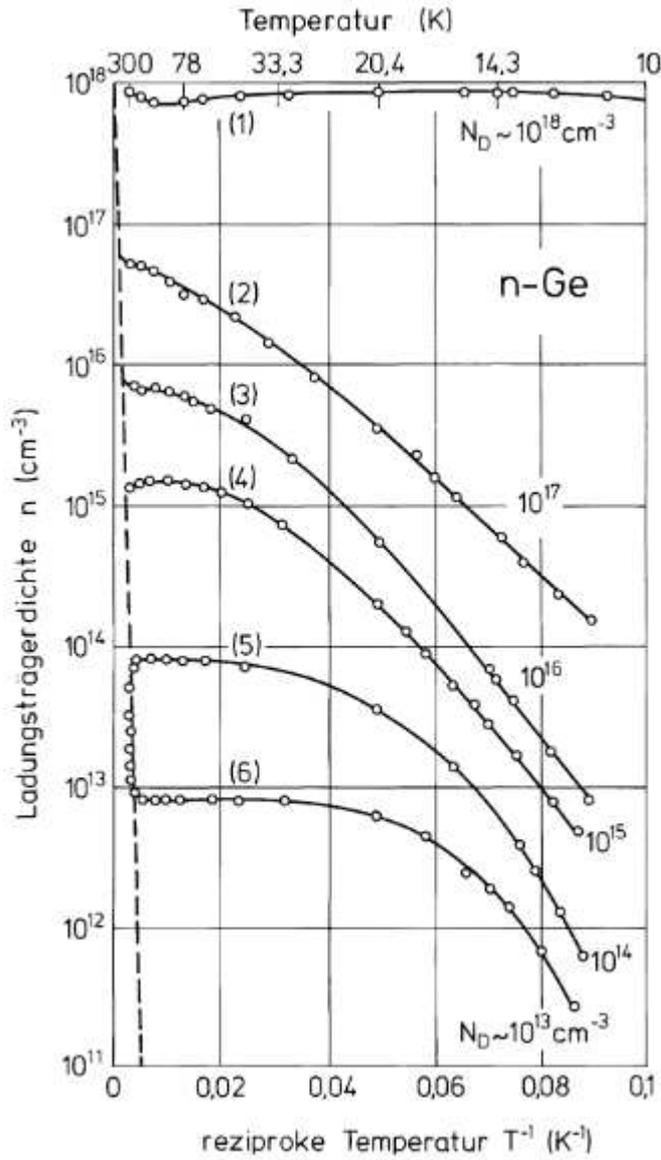


Abbildung 10.8: Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur für verschiedene Dotierkonzentrationen. Die gestrichelte Linie zeigt die Elektronenkonzentration als Funktion der Temperatur für den intrinsischen Bereich. Abbildung entnommen aus [3].

Herstellerangabe: undotierte Germaniumprobe



Abbildung 10.9: Herstellerangabe der undotierten Germaniumprobe.

Herstellerangabe: n-dotierte Germaniumprobe

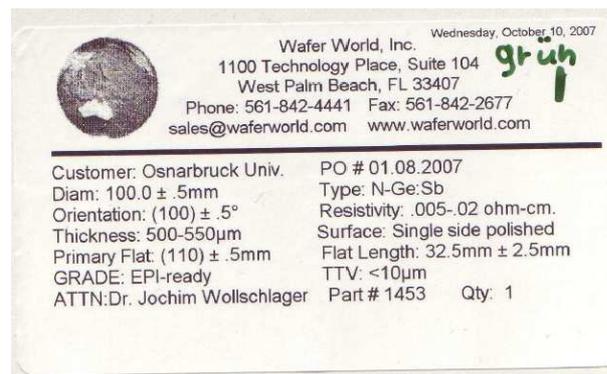


Abbildung 10.10: Herstellerangabe der n-dotierten Germaniumprobe.

Herstellerangabe: p-dotierte Germaniumprobe



Abbildung 10.11: Herstellerangabe der p-dotierten Germaniumprobe.

Magnetitprobe: Längsspannung

Abbildung 10.12 zeigt die Längsspannung in Abhängigkeit von der Temperatur.

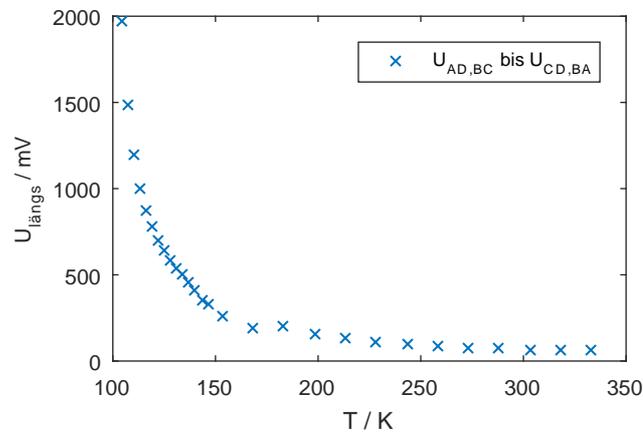


Abbildung 10.12: Längsspannung der Magnetitprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,05mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

Magnetitprobe: Ableitung der Leitfähigkeit

Abbildung 10.13 zeigt die Ableitung der Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur.

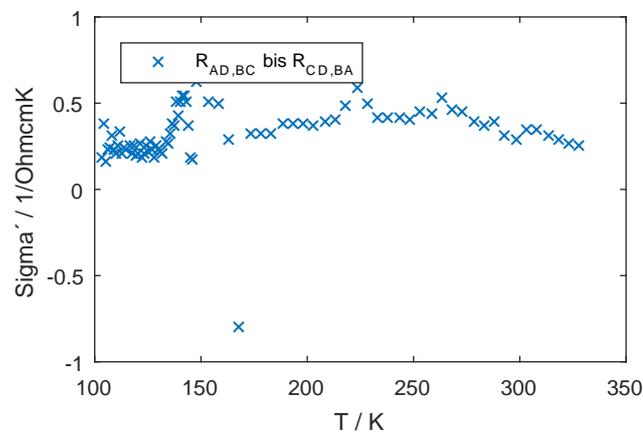


Abbildung 10.13: Ableitung der Leitfähigkeit der Magnetitprobe bei einem konstanten Längsstrom von 0,05mA. Die Temperatur wird in 5K Schritten von 100K bis 343K variiert.

Literaturverzeichnis

- [1] HALL, EDWIN: *On a New Action of a Magnet on Electric Currents*. American Journal of Mathematics., 2:S. 287–292, 1879.
- [2] PAUL A. TIPLER, GENE MOSCA: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*, Band 7. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015.
- [3] DR. HARALD IBACH, DR. HANS LÜTH: *Festkörperphysik: Einführung in die Grundlagen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 6 Auflage, 2002.
- [4] MESCHÉDE, DIETER: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 23 Auflage, 2006.
- [5] THUSELT, FRANK: *Physik der Halbleiterbauelemente: Einführendes Lehrbuch für Ingenieure und Physiker*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [6] WOLLSCHLÄGER, JOACHIM: *Versuchsanleitung Halleffekt*. Universität Osnabrück.
- [7] KUCHLING, HORST: *Taschenbuch der Physik*. Carl Hanser Verlag München, 20 Auflage, 2011.
- [8] SCHRODER, DIETER K.: *Semiconductor Material and Device Characterization*. Wiley - Interscience, 2006.
- [9] PAUW, L.J. VAN DER: *A Method of Measuring the Resistivity and Hall Coefficient on Lamellae and Arbitrary Shape*. Philips Technical Review, 20:220–224, 1959.
- [10] *National Institute of Standards and Technology(Nist) : Halleffect Measurements*, December 2008.
- [11] ROLF PELSTER, REINHARD PIEPER, INGO HÜTTL: *Thermospannungen- viel genutzt und fast immer falsch erklärt!* PhyDid, (1/4):10–22, 2005.
- [12] DEMTRÖDER, WOLFGANG: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 6 Auflage, 2013.
- [13] RUDOLF GROSS, ACHIM MARX: *Festkörperphysik*. Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston, 2 Auflage, 2014.
- [14] SLAWSKI, TORSTEN BENJAMIN: *Modernisierung einer Hall-Effekt-Messapparatur mit LabVIEWTM*. Bachelorarbeit, Universität Bonn, Juli 2011.
- [15] VOLKE, KLAUS: *Clemens Winkler– zum 100. Todestag*. Chemie in unserer Zeit, 38(5):360, 2004.
- [16] SCHREIBER, WALDEMAR: *Aufbau eines Leitfähigkeitsmessplatzes*. Bachelorarbeit, Universität Osnabrück, 11 2014.
- [17] BINDER, HARRY H.: *Lexikon der chemischen Elemente*. S. Hirzel Verlag, Stuttgart, 1999.
- [18] WAFER WORLD, INC.: *Herstellerangaben*, August 2007.
- [19] R. CHWANG, B. SMITH UND C. CROWELL: *Contact Size Effects on the van der Pauw Method for Resistivity and Hall Coefficient Measurements*. 1974.
- [20] BLACKMAN, M.: *The lodestone: A survey of the history and the physics*. Contemporary

Physics, 1983.

- [21] R.M. CORNELL, U.SCHEWERTMANN.: *The Iron Oxides*. Willey-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA., 2003.
- [22] J.W. VERWEY, P.W. HAAYMAN, F.C. ROMELJAN J.: *Physical Properties and Cation Arrangement of Oxides with Spinel Structures II. Electronic Conductivity*. Chem. Phys., 15:181–187, 1947.
- [23] <http://www.wmi.badw.de/teaching/Lecturenotes/magnetismus/Kapitel-1.pdf>.
- [24] HEUN, STEFAN: *Fortschrittberichte VDI: Über die elektrische Leitfähigkeit ultradünner Filme aus Silber, Blei und Gold auf Silizium*. VDI-Verlag GmbH, 1993.
- [25] X. H. LIU, A. D. RATA, C. F. CHANG A. C. KOMAREK und L. H.TJENG: *Verwey transition in Fe₃O₄ thin films: Influence of oxygen stoichiometry and substrate-induced microstructure*. Physical Review B, 90:125142, 2014.

Danksagung

Die letzten Worte möchte ich nutzen, um mich bei den Menschen zu bedanken, die mir geholfen haben, diese Arbeit zu realisieren und mir somit den Weg für den Schuldienst zu ebnen. Mein erster Dank gilt Professor Wollschläger, der mich in seine Arbeitsgruppe aufgenommen und mir die Möglichkeit gegeben hat, mich diesem Thema zu widmen. Sein positiver Führungsstil sorgt in der gesamten Arbeitsgruppe für ein angenehmes Arbeitsklima, welches mir die Integration sehr leicht gemacht hat, somit gilt auch jedem Einzelnen ein Dank.

Einen besonderen Dank möchte ich Olga Kuschel aussprechen, die mir mit Rat und Tat zur Seite stand. Vor allem möchte ich Ihre Geduld und Hilfsbereitschaft hervorheben. Durch etliche Diskussionen und ihrem experimentellen Vorgehen durfte ich viel dazu lernen. Auch ihr sorgfältiges Korrekturlesen dieser Arbeit weiß ich zu schätzen.

Auf privater Seite möchte ich mich vor allen Dingen bei meiner Ehefrau bedanken, die mir stets den Rücken freihält und allen Entbehrungen zum Trotz diesen Weg mit mir gegangen ist. Vor allen Dingen Sie hat mich motiviert einen akademischen Abschluss anzustreben. Ihre Geduld, Genügsamkeit und ihr Vertrauen sind Voraussetzung für meinen Erfolg.

Selbstverständlich darf die Unterstützung meiner Familie nicht unerwähnt bleiben. Mein Elternhaus ist stets ein Ort der Erholung und Freude. Meine Eltern waren stets gute Vorbilder und die Zeit mit meinen Brüdern gibt mir immer wieder Stärke.

Hiermit versichere ich, die vorliegende Masterarbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt zu haben. Alle wörtlich oder sinngemäß den Schriften anderer Autoren entnommenen Stellen sind kenntlich gemacht.

Osnabrück, 29 Juli 2016

Albert Holz