Abbildungsgesetze für Linsen und einfache optische Instrumente

Ziele

- Anwendung und Vertiefung elementarer Gesetze der geometrischen Optik
- Bestimmung von Linsenbrennweiten mit zwei Messverfahren
- Chromatische Aberration
- Aufbau und Funktion von Fernrohr und Projektionsapparat

1 Grundlagen

1.1 Abbildungsgesetze bei Linsen und „Linsenformeln“

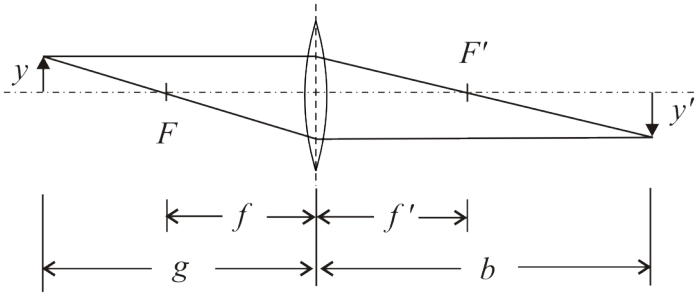

Abbildung 1: Grundgrößen bei einer dünnen Sammellinse.

Die **elementare Bildkonstruktion** mit zwei speziellen Strahlen von einem Objektpunkt zu einem Bildpunkt ist in Abbildung (1) für eine dünne Linse wiedergegeben. Von der **Linsenmitte** werden g = **Gegenstandsweite**, b = **Bildweite** und f = **Brennweite** gemessen. Als Objekt (Gegenstand) dient üblicherweise ein Pfeil. Dieser hat die **Objektgröße** y, sein Bild die **Bildgröße** y'.

Der bildseitige Brennpunkt und ebenso die bildseitige Brennweite erhalten oft einen Strich, also F' und f', was bei dünnen Linsen weniger wichtig ist, da F und F' symmetrisch zur Linsenmitte liegen. Man hat dann also $f = f'$ vorliegen. Auch bei dicken Linsen benutzt man nur eine Brennweite, die jedoch nicht von der Mitte der Linse, sondern von den sogenannten **Hauptebenen** aus zu messen ist (siehe Lehrbuch). Die Unterscheidung zwischen f und f' wird vor allem bei Untersuchung der Brechung an einzelnen unterschiedlichen Oberflächen wichtig (siehe z. B. **Bergmann-Schaefer**). Im Folgenden sollen ausschließlich dünne Linsen betrachtet werden.

Der Ort des Bildes folgt gemäß der Bildkonstruktion aus der Position des Objektes relativ zur Linse. Abbildung (2) zeigt charakteristische Lagen von Objekt und Bild für eine Sammellinse. Für $g > f$ ergibt sich ein **reelles Bild**, für $g = 2f$ wird auch $b = 2f$, für $g = f$ rückt das Bild ins Unendliche und für $f > g > 0$ ergibt sich ein so genanntes **virtuelles Bild**. Das virtuelle Bild ist dadurch gekennzeichnet, dass auf einem in seiner Ebene gehaltenen Schirm kein Bild erscheint. Beachten Sie auch, dass am Ort eines reellen Bildes nicht unbedingt ein Schirm stehen muss.

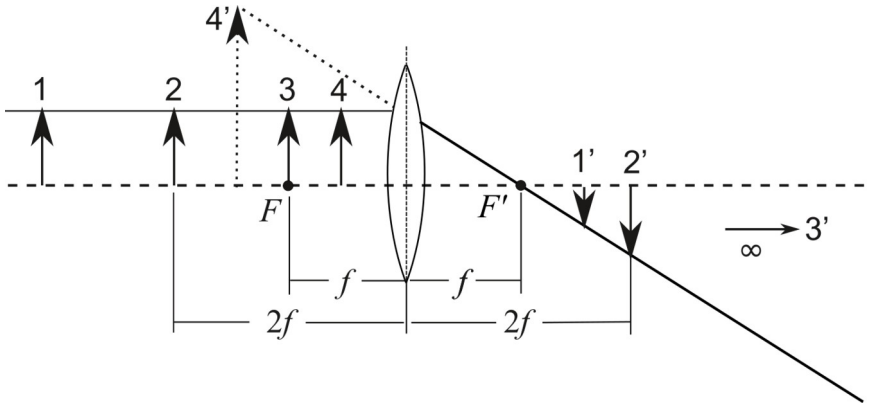

Abbildung 2: Verschiedene Gegenstandsweiten 1 bis 4 mit zugehörigen Bildern. 1' bis 3' sind reelle Bilder, 4' ist ein virtuelles Bild.

Der **Abbildungsmaßstab** β ist definiert durch $\beta = \frac{y'}{y}$ mit y', y: Bildgröße, Objektgröße . Aus ähnlichen Dreiecken in Abbildung (1) folgt

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{b}{g} . \tag{1}$$

Daran erkennt man, dass für $g = 2f = b$ ein Abbildungsmaßstab von 1 vorliegt.

Neben Gleichung (1) gilt die bekannte Linsenformel

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} . \tag{2}$$

Dies folgt mit $f = f'$ aus dem Strahlensatz, betrachte Abbildung (1). Mit dem linken Brennpunktsstrahl und der Mittelsenkrechten als Strahlen gilt $\frac{f}{g} = \frac{y'}{y' + y}$ und mit dem rechten Brennpunktsstrahl gilt $\frac{f'}{b} = \frac{y}{y' + y}$. Durch Addition folgt Gleichung (2). Diese Gleichung gilt auch für virtuelle Bilder und Zerstreuungslinsen, wenn man für diese Linsen negative Brennweiten und für virtuelle Bilder negative Bildweiten ansetzt.

Der kleinste mögliche Abstand zwischen Objekt und reellem Bild $s = g + b$ ist $s_{\min} = 4f$. Dies wird im Anhang gezeigt. Für $s > s_{\min}$ gibt es zwei Abstände g für die jeweils eine Abbildung

zustande kommt.

1.1.1 Newton-Formel

Die Gegenstands- und Bildweiten werden anstatt von der Linsenmitte von den Brennebenen aus gerechnet und mit z , z' bezeichnet, siehe Abbildung (3). Es ist dann

$$z \cdot z' = f^2 \tag{3}$$

Der Beweis folgt mit dem Strahlensatz nach Abbildung (3),

$$\frac{z}{f} = \frac{y}{y'} \;\; ; \;\; \frac{z'}{f} = \frac{y'}{y} \text{ und mit } f = f'$$

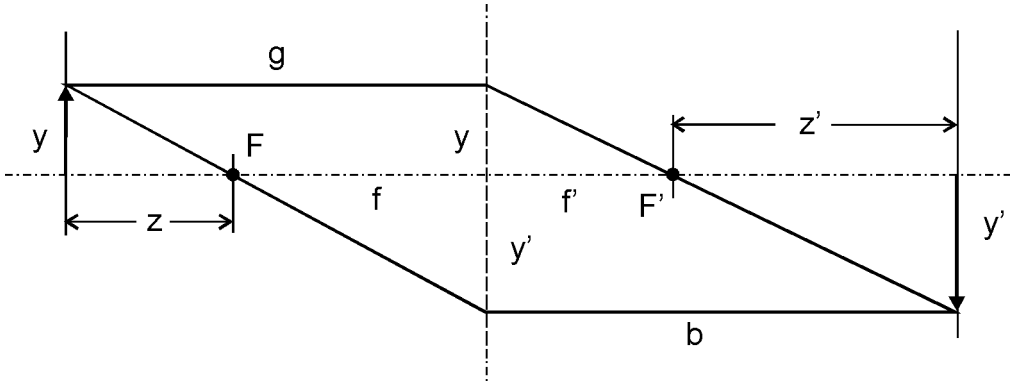

Abbildung 3: Zur Newton-Formel (3)

1.1.2 Brennweite als Funktion des Krümmungsradius

Die Brennweite einer dünnen bikonvexen sphärischen Linse (Kugelflächen) kann für achsennahe Strahlen durch deren Krümmungsradien und den Brechungsindex des Linsenmaterials ausgedrückt werden. Man erhält

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Für $r_1 = r_2 = r$ wird daraus

$$f = \frac{r}{2(n-1)}. \tag{4}$$

Da der Brechungsindex von der Wellenlänge abhängt, hat Licht verschiedener Farben unterschiedliche Brennweiten, man spricht von **chromatischer Aberration**.

1.2 Brennweite einer Linsenkombination

1.2.1 Kombination zweier dünner Linsen, die aneinander liegen

Besteht die Kombination aus zwei dünnen Linsen, die dicht hintereinander stehen, gilt

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \tag{5}$$

Gleichung (5) ist lästig zu handhaben wegen der Kehrwertbildung. In der Praxis arbeitet man daher gerne mit der **Brechkraft** einer Linse. Diese ist definiert durch $D = 1/f$. Misst man f in der Einheit m, so ist die Einheit von D gleich m^{-1} oder Dioptrie.

1.2.2 Kombination zweier dünner Linsen, die nicht aneinander liegen

Für den Fall, dass sich dünne Linsen nicht berühren, sondern in einem Abstand d (gemessen von den Linsenmitten) aufgestellt sind, erhält man für die Brennweite dieses Systems

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \tag{6}$$

1.3 Sehwinkel und Vergrößerung bei optischen Instrumenten

Der **Sehwinkel** ε ist der Winkel, unter dem ein Objekt dem Beobachter erscheint. Abbildung (4) zeigt, dass $\varepsilon \approx \tan\varepsilon = y/g$ gilt, wobei y die Gegenstandsgröße und g die Gegenstandsweite ist.

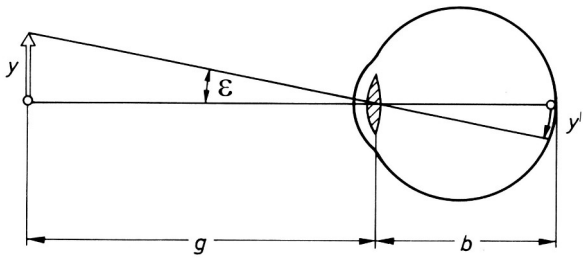

Abbildung 4: Zur Definition des Sehwinkels.

Aus der Zeichnung erkennt man sofort, dass das Bild auf der Netzhaut mit der Größe y' mit ε anwächst, denn $y' = b\varepsilon$. Für das Sehvermögen, d. h. das Erkennen kleiner Objekte ist also der minimale Sehwinkel $\varepsilon_{\min}$ verantwortlich[1]. Denn bei gesundem Auge kann f der Augenlinse nur so weit vergrößert werden, dass man für $g_{\min} = 25\,\mathrm{cm}$ noch „scharf stellen“, d. h. akkommodieren kann. Man kann ε also nicht beliebig dadurch erhöhen, dass man g immer weiter vermindert. Der Abstand $g_{\min}$ wird **deutliche Sehweite** genannt.

Um dennoch größere „effektive“ Sehwinkel ε' zu erreichen, bedient man sich optischer Instrumente, zum Beispiel einer Lupe. Man definiert dann als Vergrößerung Γ das Verhältnis

$$\Gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\,. \tag{7}$$

Genau genommen heißt dieses Verhältnis naheliegender Weise Winkelvergrößerung.

1 Der minimale Winkel $\varepsilon_{\min}$ beträgt beim Menschen etwa 1/120°.

1.4 Die Lupe

Eine Sammellinse kurzer Brennweite, die vor das Auge gehalten wird, ermöglicht die Betrachtung kleinerer Gegenstände mit erheblich größerem Sehwinkel, als man mit dem Auge allein unter der deutlichen Sehweite von typisch 25 cm erzielt. Bringt man den Gegenstand y innerhalb der Brennweite der Lupe, so beobachtet man ein virtuelles Bild y'.

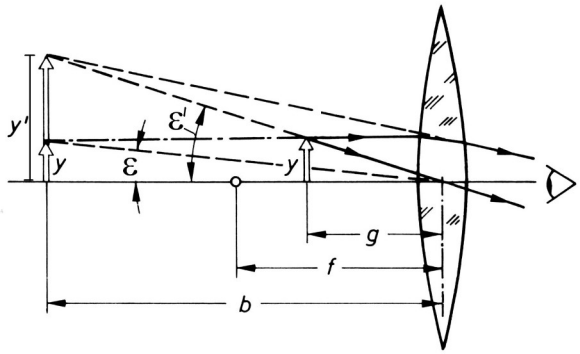

Abbildung 5: Die Lupe.

Man hält nun (instinktiv!?) die Lupe so vor den Gegenstand, das das virtuelle Bild unter einer Bildweite b erscheint, die der deutlichen Sehweite entspricht. Man wählt also $b = 25\,\text{cm}$. Zeichnet man dort, also im Abstand b, nochmals den Gegenstand ein, was der bestmöglichen Betrachtung ohne Lupe entspricht, so erkennt man sofort, dass offenbar ε' deutlich größer als ε ist.

Als Vergrößerung der Lupe bezeichnet man, wie oben eingeführt, das Verhältnis „Winkel mit“ durch „Winkel ohne“. Damit ergibt sich laut Abbildung (5) für kleine Winkel:

$$\Gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \approx \frac{y/g}{y/b} = \frac{b}{g} \approx \frac{25}{f}. \tag{8}$$

Dabei wurde im letzten Schritt $b = 25\,\text{cm}$ und $g \approx f$ gesetzt, was den tatsächlichen Verhältnissen entspricht. Natürlich ist $f < 25\,\text{cm}$ zu wählen, um Vergrößerung zu haben. Maximal erreicht man auf diese Weise eine etwa 40-fache Vergrößerung. Die Grenze ist dadurch gegeben, dass bei sehr kleiner Brennweite, d. h. sehr starker Linsenkrümmung, die Linsenfehler zu groß für eine gute Bildqualität werden.

1.5 Das astronomische Fernrohr nach Kepler

Das **Objektiv** L_1 entwirft beim astronomischen Fernrohr, siehe Abbildung (6), von dem sehr weit entfernten Gegenstand ein umgekehrtes reelles Bild der Größe y_1' etwa in der Brennebene. Dieses **Zwischenbild** wird durch eine Lupe L_2 betrachtet. Die Winkelvergrößerung ist

$$\Gamma_F = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{\dfrac{y_1'}{f_2}}{\dfrac{y_1'}{f_1}} = \frac{f_1}{f_2} \quad (f_1 \text{ groß}, f_2 \text{ klein}) \tag{9}$$

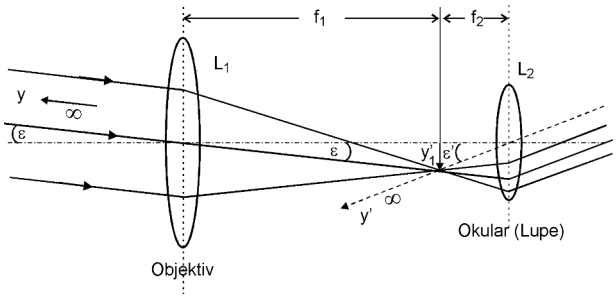

Abbildung 6: Astronomisches Fernrohr nach Kepler.

Die Lupe wird beim Fernrohr **Okular** genannt. Beachten Sie, dass ein **Mikroskop** prinzipiell gleich aufgebaut ist (siehe Lehrbuch).

1.6 Der Dia-Projektor

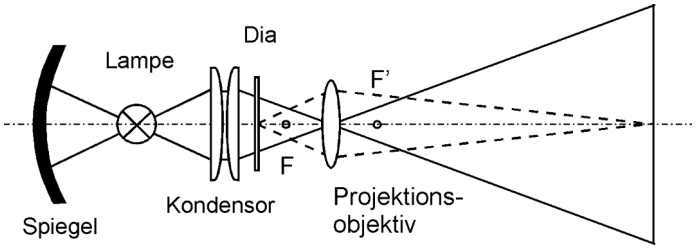

Abbildung 7: Der Dia-Projektor.

Durch das Projektions-Objektiv wird das transparente Dia stark vergrößert abgebildet. Um das von der Lichtquelle ausgehende Licht möglichst gut auszunutzen und gleichzeitig das Dia gleichmäßig auszuleuchten, wird die *Lichtquelle* mit einer weiteren Linse, dem **Kondensor**, *in das Projektions-Objektiv* abgebildet und das Dia dicht hinter dem Kondensor angeordnet. Bei allseits strahlenden Lichtquellen (Glühlampen) wird oft noch mit einem Hohlspiegel ein Bild der Lichtquelle im Original erzeugt und so das rückwärts abgestrahlte Licht ebenfalls ausgenutzt.

2 Aufgaben und Hinweise

2.1 Verwendung der Linsengesetze, Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse

Es soll die Gültigkeit der Linsenformel überprüft werden und die Brennweite einer Sammellinse nach zwei Verfahren bestimmt werden.

2.1.1 Brennweitenbestimmung mit der Linsenformel

Die Brennweitenbestimmung mithilfe der Linsenformel erfolgt gemäß des Aufbaus in Abbildung (8).

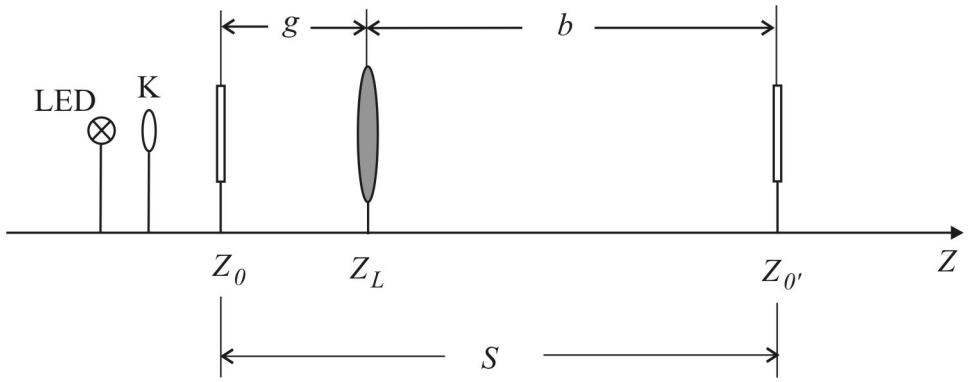

Abbildung 8: Zur Brennweitenbestimmung mit der Linsenformel. Als Lichtquelle dient eine Hochleistungsleuchtdiode (fast punktförmig). Die im Bild eingezeichnet Linse vor der Lichtquelle ist von dieser getrennt auf einem Reiter zu montieren. Sie trägt die Bezeichnung „K“, wie Kondensorlinse.

Als Objekt soll ein Dia mit drei Spalten und als Linse die mit der Bezeichnung DCX100 (nominelle Brennweite 100 mm) verwendet werden. Als Schirm benutzen Sie den Mattglasschirm. Einigen Sie sich auf ein $s > s_{\min} = 4\,f$, z. B. 60 cm.

1) Montieren Sie zunächst den Schirm. Der horizontale Strich auf dem Schirm soll ca. 21 cm über der Oberkante der Dreikantschiene sein (Stahllineal). Stellen Sie den Schirm an eine derartige Position *z* auf der Dreikantschiene, die das Ablesen von Abständen erleichtert (z. B. 100 cm oder 10 cm). Den Abstand Reiterfuß - Schirm messen Sie mit einem Stahllineal.

2) Nun setzen Sie die weiße LED mit Reiter und Klemmhalter auf die Bank. Beim Anschließen der LED soll das Netzgerät ausgeschaltet sein. Den Ort *z* wählen Sie so, dass der Abstand zum Schirm etwa $s + 15\,\text{cm}$ beträgt. Justieren Sie die LED-Höhe ebenfalls auf 21 cm über der Oberkante der Dreikantschiene (Stahllineal). Lichtquelle und Schirmmarke haben nun die gleiche Höhe über der Schiene. Die seitliche Justierung der LED erfolgt sogleich auf optischem Weg.

3) Stellen Sie die Kondensorlinse K dicht vor die Lichtquelle, die gewölbte Seite von der Lichtquelle abgewandt[2]. Justieren Sie K nun so, dass das Bild der LED (eine quadratische Struktur) in der Höhe 21 cm, d. h. mittig zum Markierungsstrich auf dem Schirm erscheint. Achten Sie nach dem Einstellen von K darauf, dass die Linsenfläche senkrecht zur Schiene steht. Dazu blicken Sie am einfachsten von oben auf den Aufbau (dabei aufstehen!) und justieren nach Augenmaß.

   Das Bild soll nun aber auch in der Schirmmitte liegen. Dies erreichen Sie durch seitliches Verschieben der LED-Trägerplatte im Klemmhalter. (K kann nicht seitlich verschoben werden, da die Reiter nicht dafür eingerichtet sind. Man muss hier auf eine gut zentrierte Mechanik vertrauen).

   Damit sollte der Strahl parallel zur Bank in ca. 21 cm Höhe über deren Oberkante verlaufen. Dieses Justageprinzip ist in vielen Fällen anwendbar. Führen Sie die Justage sorgfältig aus, da die Güte der Bilder, die Sie im Folgenden beobachten, nicht unerheblich davon abhängt.

   Zum Schluss schieben Sie die LED einige Millimeter von K weg, sodass ihr Abbild zwischen Schirm und Objekt zu liegen kommt. Dies entspricht ungefähr der Beleuchtungsvorschrift aus Abschnitt (1.6).

4) Nun stellen Sie das Dia mit den zwei oder drei Spalten im zweiten Klemmhalter dicht vor K auf. Justieren Sie dessen Höhe und seitliche Position so, dass das Dia symmetrisch beleuchtet wird.

5) Stellen Sie nun die beidseitig konvexe Linse DCX100 in den Reiter mit seitlich angebrachtem Nonius zwischen Objekt O und Schirm O' und bilden das Objekt durch Verschieben der Linse L scharf auf den Schirm zunächst vergrößert ab. Justieren Sie die Höhe der Linse so, dass das Bild symmetrisch zum Markierungsstrich liegt. Wenn die Linse nicht verdreht ist (von oben peilen), dann sollte das Bild außerdem in der Mitte des Schirms liegen.

6) Verschieben Sie die Linse DCX100 nun so, dass das verkleinerte Bild scharf auf dem Schirm erscheint. Dabei müssen Sie genau hinschauen, da, je nach Wahl von s, das verkleinerte Bild wirklich klein ist. Die ausliegende Kopfbandlupe kann bei der Feststellung der Bildschärfe helfen.

2 Plankonvexe Linsen, wie K, sollen immer so orientiert in den Strahlengang eingebaut werden, dass die Brechung an beiden Linsenoberflächen möglichst gleich stark ist. Hier verlässt divergentes Licht die LED und nahezu paralleles Licht verlässt K, weshalb an der Austrittsfläche fast nicht gebrochen würde, wenn dort die plane Seite stünde. Vergleiche auch Abbildung (7).

Wenn alle Bauteile bisher richtig justiert worden sind, so liegt das kleine Bild ebenfalls in der Schirmmitte und ist nicht verzerrt. Wenige Millimeter Abweichung sind bei diesem Versuch verzeihlich, können bei anderen optischen Aufbauten aber den Aufbau untauglich machen. Falls Sie größere Abweichungen (etwa 10 mm) beobachten, so müssen Sie mit der Justage noch einmal bei Punkt 1) beginnen. Das Nachjustieren einzelner Elemente führt fast nie zum Erfolg.

Damit haben Sie einen geraden Strahlengang mit hinreichend korrekter optischer Achse eingestellt.

Lesen Sie nun z_O, z_L, $z_{O'}$ ab und berechnen Sie daraus *g*, *b* und *f*. Der Abstand zwischen Ablesemarke und Linsenmitte ist wieder mit dem Stahllineal zu ermitteln. Wählen Sie mindestens **acht** verschiedene Werte für *s* derart, dass Sie deutlich unterschiedliche Werte für *g* und *b* erhalten.

Achtung: Wenn *s* nur wenig größer als $4f$ ist, wird es sehr schwierig, die beiden Linsenstellungen zu unterscheiden, unter denen ein scharfes Bild entsteht. Daher wurde anfangs $s \approx 6f$ eingestellt. Beim Verändern von *s* versuchen Sie, sich der $4f$-Grenze schrittweise anzunähern. Für $s >> 4f$ wird das kleine Bild schwierig zu erkennen sein.

Da für ein festes $s > 4f$ jeweils zwei Linsenpositionen zu einer scharfen Abbildung führen, erhalten Sie mindestens 16 Messwerte für *f*. Führen Sie eine quantitative Fehlerabschätzung für alle 16 Werte durch und geben Sie dabei den allgemeinen Ausdruck für Δf an. Stellen Sie die Ergebnisse in Tabellenform dar und kommentieren Sie die Streuung Ihrer Werte.

Eine Mittelwertbildung ist hier nicht ohne Weiteres sinnvoll, da unter verschiedenen Bedingungen gemessen worden ist. Um zu sehen ob vielleicht die Messungen mit verkleinertem Bild systematisch andere Brennweiten ergeben als die mit vergrößertem Bild, zeichnen Sie ein Diagramm $f(g)$, also gemessene Brennweite gegen die dabei verwendete Gegenstandsweite. Liegt kein systematischer Fehler vor, so kann eine horizontale Gerade durch die Fehlerbalken der Messpunkte gelegt werden.

2.1.2 Weitere grafische Auswertungen

Die Brennweite lässt sich nun grafisch bestimmen. Dazu trage man die Messwerte von oben in der in Abbildung (9) dargestellten Weise auf. Nach der Linsenformel sollte sich eine Gerade ergeben. Deren Schnittpunkte mit den Achsen erlauben die Bestimmung der Brennweite. Berechnen Sie die Gerade durch lineare Regression und berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Achsen. Geben Sie den Mittelwert in mm auf eine Nachkommastelle an (ausnahmsweise ohne Fehlerabschätzung).

Eine weitere Nachprüfung der Linsenformel ist folgendermaßen möglich: Die gemessenen Wertepaare $g\,,b$ werden auf die Ordinate und Abszisse eines rechtwinkligen Koordinatensystems

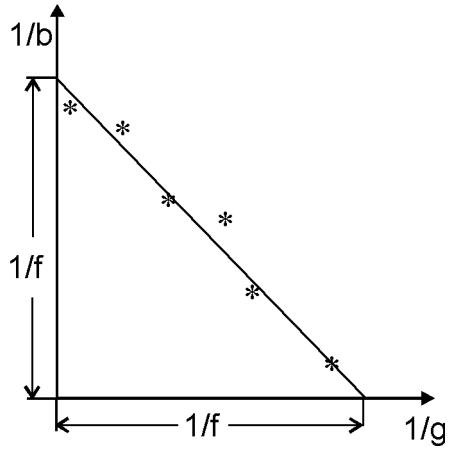

Abbildung 9: Grafische Brennweitenbestimmung nach der Linsenformel (2).

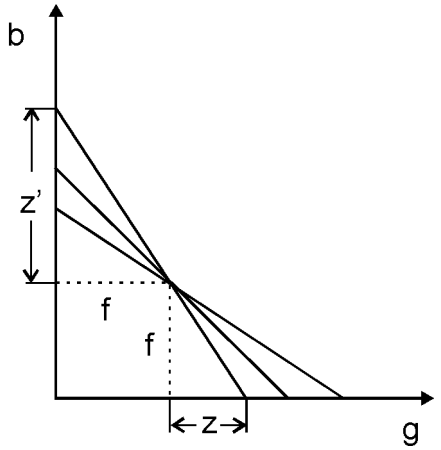

Abbildung 10: Grafische Brennweitenbestimmung nach der Newton-Formel (3).

aufgetragen und jeweils durch eine Gerade verbunden, Abbildung (10). Alle Geraden schneiden sich in dem Punkt f (Beweis: Nach der Newton-Formel ist $z \cdot z' = f^2$; aus ähnlichen Dreiecken in der Abbildung (10) liest man ab: $z : f = f : z'$). Bestimmen Sie den Schnittpunkt grafisch und schätzen Sie den Fehler aus der Streuung der Schnittpunkte nach gesundem Menschenverstand ab.

2.1.3 Besselverfahren

Für irgendeinen vorgegebenen Abstand $s > 4\,f$ zwischen Bild und Gegenstand gibt es, wie erwähnt, zwei symmetrische Linsenstellungen, in denen eine scharfe (vergrößerte und verkleinerte) Abbildung erfolgt, vgl. Abschnitt 2.1.1 und Abbildung (11).

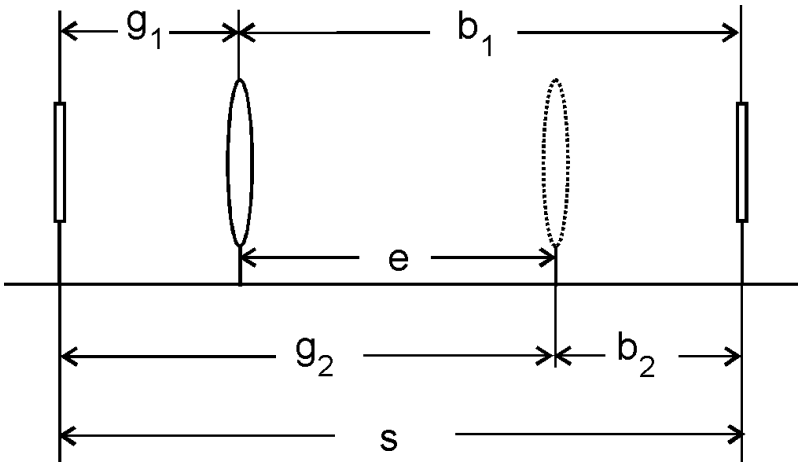

Abbildung 11: Besselverfahren zur Brennweitenbestimmung.

Aus der Verschiebung e der Linse und der Entfernung s lässt sich f bestimmen. Aus Symmetriegründen ist $e = b - g$ und $s = g + b$ und somit nach der Linsengleichung

$$f = \frac{g \cdot b}{g + b} = \frac{s^2 - e^2}{4s} \,. \tag{10}$$

Gleichung (10) bildet die Grundlage der Brennweitenbestimmung nach Bessel. Offensichtlich ist mit dem Besselverfahren die Kenntnis der genauen Lage der Linsenmitte relativ zum Reiterfuß und zur Ablesemarke unerheblich geworden. Dies ist der Vorteil der Methode, der besonders bei der Messung von dicken Linsen und Linsensystemen zum Tragen kommt.

Führen Sie die Messung für einige verschiedene Werte von *s* aus (oder erweitern die Messung in Abschnitt 2.1.1 entsprechend). Für die Beurteilung der Bildschärfe können die bereitliegenden Kopfbandlupen hilfreich sein.

Berechnen Sie die Brennweite samt Fehler Δf und vergleichen Sie mit den bisherigen Werten.

2.1.4 Chromatische Aberration

Messen Sie, immer noch mit der Linse DCX100, die Brennweite für rotes und blaues Licht, das durch verschiedene LEDs erzeugt wird. Messen Sie jeweils mit dem Besselverfahren und mit hoher Genauigkeit. Dies ist nur für *ein* Ihnen geeignet erscheinendes *s* durchzuführen.

Dies ist ein schwieriger Versuchsteil. Da die beiden Brennweiten sich nur wenig unterscheiden, muss hier möglichst genau gemessen werden. Zu diesem Zweck müssen einige Dinge beachtet werden: Bei Verwendung der Kopfbandlupen haben Sie gesehen, dass natürlich auch deren Abstand zum Bild bei der Beurteilung der Bildschärfe eine Rolle spielt. Daher ist es besser, eine ortsfeste Linse als Lupe zu verwenden, wobei Sie wie folgt vorgehen.

Setzen Sie die Linse DCX50 dicht *hinter* den Mattglasschirm (auf die Höhe von 21 cm achten), stellen Sie das große Bild scharf (zu Beginn die blaue LED verwenden) und beobachten Sie das Bild durch die Lupe DCX50, also durch den Schirm hindurch. Stellen Sie nun die Lupe scharf, dann wieder das Bild mit der Linse DCX100 usw., das Verfahren konvergiert. Anschließend fixieren Sie die Lupe.

Stellen Sie nun das kleine Bild ein. Ist dieses verschwommen oder wandert es stark aus der Mitte heraus, so müssen Sie wie oben erwähnt neu justieren. Denn nur wenn der Strahlengang in der richtigen Höhe parallel zur Bank läuft, liegt ein achsennaher Strahlengang durch die Linsen vor und ein Linsenfehler der sphärischen Aberration wird vermieden. Deshalb sollte auch immer die Bildmitte scharf gestellt werden.

Beim Wechsel zur roten LED darf *s* natürlich nicht verändert werden. Eventuell muss die Lupenposition ein geringfügig korrigiert werden, denn auch diese Linse zeigt chromatische Aberration.

Aus beiden Messungen können Sie den Brennweitenunterschied δf_{Bessel} mit Hilfe der Gleichung (10) ermitteln.

Man kann δf auch näherungsweise ermitteln, indem man nur ein möglichst stark vergrößertes Bild verwendet. Dazu stellen Sie mit der ersten Diode das große Bild scharf und wechseln dann die Diode. Die Linse muss dann um δg nachjustiert werden, um wieder ein scharfes großes Bild zu erhalten. Da $s = b + g$ dabei fest bleibt, kann der Brennweitenunterschied näherungsweise als $\delta f_{\text{Näherung}} = \delta g\,(1 - 2\,g/s)$ berechnet werden. Da beim großen Bild $g << s$ gilt, kommt es auf die Genauigkeit bei *g* und *s* nicht so sehr an.

Vergleichen Sie die gemessenen Brennweitendifferenzen δf_{Bessel} und $\delta f_{\text{Näherung}}$ untereinander und mit dem nach Gleichung (4) zu erwartenden Wert. Dabei ist als Krümmungsradius 102 mm und $n_{\text{blau}} = 1{,}524$ sowie $n_{\text{rot}} = 1{,}515$ (BK7-Glas) anzunehmen.

2.2 Brennweite eines Linsensystems

Für ein einfaches System aus einer Sammellinse DCX50, nominell $f = 50\,\text{mm}$, und der Zerstreuungslinse DCX-100, nominell $f = -100\,\text{mm}$, soll die Brennweite bestimmt werden. Beide Linsen sind im Doppelreiter zu montieren.

Die Brennweitenbestimmung soll sowohl durch Berechnung (hilfreich zur Wahl von *s*) als auch durch Messung erfolgen, wobei das Besselverfahren zu verwenden ist, da sonst Bild- und Gegenstandsweite nicht ohne umfangreiche Zusatzmessungen (Bestimmung der Hauptebenen) abgelesen werden können.

2.2.1 Berechnung

Berechnen Sie die Brennweite des Systems mit der Gleichung (6). Als Linsenabstand verwenden Sie den Abstand der Halter des Doppelreiters von 3,7 cm als Näherungswert.

2.2.2 Verwendung des Verfahrens von Bessel

Verwenden Sie das Besselverfahren. Montieren sie die Linsen auf dem Doppelreiter und messen Sie die Brennweite für einen Ihnen aufgrund der vorangegangenen Messungen geeignet erscheinenden Abstand *s*. Als Gegenstand verwenden Sie wieder das Dia mit den Spalten.

Vergleichen Sie die Ergebnisse aus (2.2.1) und (2.2.2) im Rahmen der jeweiligen Genauigkeit.

2.3 Aufbau eines Fernrohrs aus zwei Sammellinsen

Aus zwei geeigneten Sammellinsen soll ein Fernrohr aufgebaut werden (Linsen auf die bereitliegende kurze optische Bank setzen).

Richten Sie das Fernrohr auf einen Maßstab an der Wand in einigem Abstand und verschieben Sie die Linsen gegeneinander, bis ein scharfes Bild erscheint. Beobachten Sie den Maßstab mit dem einen Auge durch das Fernrohr und zugleich mit dem anderen Auge direkt. Dabei muss man entspannt schauen. Sie können mit etwas Übung den Gegenstand und sein vergrößertes Bild neben- oder übereinander sehen und daher die Vergrößerung direkt ablesen.

Vergleichen Sie die so gemessene mit der aus den Brennweiten berechneten Vergrößerung. Skizzieren Sie die Anordnung der Linsen und geben Sie die relevanten Daten des Systems an.

2.4 Projektionsapparat, Kondensor und Bildqualität

Bauen Sie eine einfache Projektionsanordnung aus LED, Kondensorlinse K, Dia , Linse DCX100 und Schirm für ein größeres *s* auf. Stellen Sie das große Bild scharf. Entfernen Sie nun die Kondensorlinse, ohne die anderen Bauteile zu verschieben. Welche Wirkung auf die Bildqualität hat die Kondensorlinse, wie wird sie am besten angeordnet und welche Brennweite ist für einen Kondensor wohl zweckmäßig?

Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen im Protokoll.

Anhang

Im einleitenden Kapitel wurde behauptet, dass bei der Abbildung mit einer einfachen Sammellinse der kleinste mögliche Abstand $s = g + b$ zwischen Objekt und reellem Bild $s_{\min} = 4f$ ist. Dies zeigt man am einfachsten folgendermaßen: Man formt die Linsengleichung (2) um und ersetzt b durch $b = s - g$. So erhält man $s = \frac{g^2}{g - f}$. $s_{\min} = 4f$ ergibt sich nun, wie üblich, durch Ableiten und Nullsetzen, also $\frac{ds}{dg} = 0$.

Nun muss man nur noch zeigen, dass für $s < 4f$ es keine Lösung für die Linsengleichung $s = \frac{g^2}{g - f}$ mehr gibt: Wir versuchen es und setzen $4f > \frac{g^2}{g - f}$, woraus nach einigen Schritten die Ungleichung $(g - 2f)^2 < 0$ folgt, was aber nicht sein kann. Also kann $4f > \frac{g^2}{g - f}$ nicht richtig sein.