

## Versuche zu den Abbeschen Ideen der Bildentstehung beim Mikroskop

### Ziele

- Experimentelle Überprüfung einiger Aussagen der Abbeschen Gedanken der Bildentstehung
- Untersuchung des Einflusses von Manipulationen im Beugungsspektrum auf das reelle Bild am Beispiel der Abbeschen Diffraktionsplatte und eines Kreuzgitters

## 1 Grundlagen

Um die Lage und Gestalt eines Bildes zu konstruieren, das ein optisches System von einem Objekt entwirft, verwendet man die **geometrische Optik**. Sieht man einmal von Linsenfehlern ab, so lassen sich mithilfe der geometrischen Optik immer *ideale* Bilder konstruieren, da Objektpunkte in Bildpunkte abgebildet werden. Um aber die Leistungsfähigkeit optischer Systeme beurteilen zu können, muss der Einfluss der stets auftretenden Beugung auf die Bildqualität untersucht werden. Einen einfachen Zugang zu diesem Problem bieten die **Abbeschen Vorstellungen zur Bildentstehung** beim Mikroskop. Das physikalische Prinzip eines Mikroskops muss natürlich bekannt sein.

### 1.1 Grundgedanken

Die beiden Grundgedanken der Abbeschen Theorie lassen sich mittels der Abbildungen (1) und (2) erklären, in der das optische System durch eine einzelne Linse repräsentiert wird. Als Objekt diene ein Gitter, mit dem sich das Prinzip, welches in ähnlicher Weise für andere Objekte gilt, am leichtesten erläutern lässt.

Ebenso verhält es sich mit der Einschränkung, dass auf das Objekt paralleles, kohärentes Licht fallen soll. Mit nicht-parallem, nicht-kohärentem Licht ergeben sich prinzipiell gleiche Effekte, allerdings wird eine detailliertere Betrachtung der Gegebenheiten viel komplizierter.

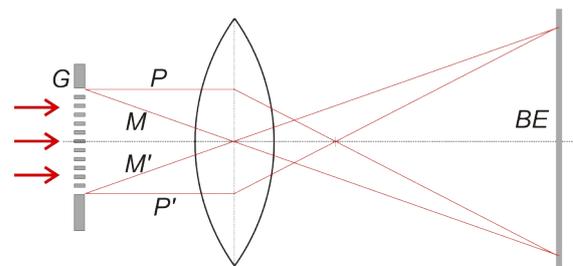


Abbildung 1: Abbildung eines Gitters G in die Bildebene BE.

Abbildung (1) zeigt zunächst nur die Abbildung des Gitters in die Bildebene. Das Bild kann ein Schirmbild oder ein Zwischenbild für weitere Linsen sein. Es wurde nur die Bildkonstruktion für die beiden Randspalte gezeichnet, die Bilder der übrigen Spalte ergeben sich in gleicher Weise.

Abbildung (1) soll nur zur Erinnerung dienen, dass bei bekannter Brennweite und bekannter Bildebene die Zeichnung der Parallelstrahlen  $P$  ausreicht, die Mittelpunktsstrahlen  $M$  sind dann eigentlich unnötig. Sie werden im nächsten Bild daher wegen der Übersichtlichkeit weggelassen.

Betrachtet werden nun zusätzlich die parallelen gebeugten Strahlen (Fraunhofersche Bedingungen), die zum 1. und zum 2. Beugungsmaximum führen, siehe Abbildung (2). Auch sie tragen offenbar zum Bild bei, sonst wäre die Bildkonstruktion nach Abbildung (1) fehlerhaft.

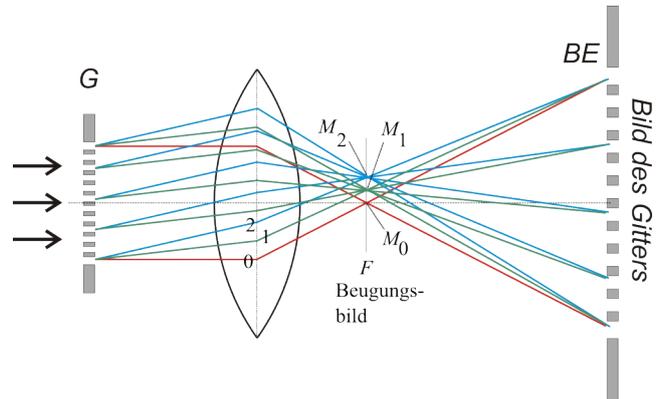


Abbildung 2: Parallele Beugungsstrahlen zum 0., 1. und 2. Beugungsmaximum treffen sich in der Brennebene  $F$ . Die Strahlen zur 1. und 2. Ordnung tragen ebenso zum Bild des Gitters bei wie die der 0. Ordnung.

Aus Abbildung (1) folgt: Parallele, am Gitter gebeugte Strahlen, die zu den Hauptmaxima gehören, liefern in der Brennebene das

Beugungsbild des Gitters und in der Bildebene das Bild des Gitters. Weitere Strahlen brauchen nicht gezeichnet werden, da zwischen den Beugungsmaxima in der Brennebene ja keine Intensität herrscht. Also können Strahlen, die durch diese Bereiche zwischen den Beugungsmaxima laufen würden, auch nicht zum Bild beitragen.

Dies lässt sich nach Ernst Abbe wie folgt zusammenfassen:

### **1. Grundgedanke:**

„An der Struktur des Objektes, in Abbildung (2) ein Gitter, findet Beugung statt. Die Lichtstrahlen der 0. Ordnung werden durch das Objektiv in  $M_0$  fokussiert. Die parallelen Strahlenbündel, die zu den Beugungsmaxima gehören, werden in den Punkten  $M_n$  in der Brennebene fokussiert. Die Vielzahl der  $M_n$  stellt die Beugungsfigur des Objektes dar.“

Das bisher Geschilderte ergab sich durch einfache Bildkonstruktion (Strahlenoptik) und die Kenntnis der Fraunhoferschen Beugung am Gitter (Wellenoptik).

Neuartig ist nun Abbes Gedanke, die Beugungsmaxima  $M_n$  als Lichtquellen aufzufassen:

## 2. Grundgedanke:

„Das Bild entsteht durch Interferenz der Elementarwellen, die von den verschiedenen Punkten  $M_n$  ausgehen.“

Nach Abbe besteht also ein direkter Zusammenhang zwischen den Beugungsmustern in der Brennebene und dem Bild in der Bildebene. Manipuliert man die Beugungsmuster, zum Beispiel durch Ausblendung von Bereichen mit Beugungsmaxima, so ergibt sich ein anderes Bild, das nicht mehr dem Objekt entspricht. Lässt man durch Ausblendung nur die 0. Ordnung übrig, so zeigt sich keinerlei Bildstruktur mehr. Dies zu verifizieren ist Gegenstand des Versuchs.

Der zweite Grundgedanke kann aus Sicht der modernen Optik als Folge des Huygensschen Prinzips und der Maxwell'schen Theorie gesehen werden.

### 1.2 Versuchsrelevante Einzelheiten

Um weitere Einzelheiten zu erläutern, wird ein Strichgitter mit der Gitterkonstanten  $g$  in Abbildung (3) betrachtet.

In der bildseitigen Brennebene werden diejenigen parallelen Strahlen, die sich unter einem Winkel  $\alpha_n$  zur optischen Achse ausbreiten, in den Punkten  $M_n$  vereinigt. Sie erzeugen das Beugungsmuster, siehe auch Abbildung (2). Durch Überlagerung der von den Punkten  $M_n$  ausgehenden Lichtstrahlen entsteht das Bild des Strichgitters. Die Winkel  $\alpha_n$  sind durch die bekannte Gitterformel

$$n \cdot \lambda = g \cdot \sin \alpha_n \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

festgelegt.

Für achsennahe Strahlen gilt  $\sin \alpha_n \approx \tan \alpha_n \approx \alpha_n$ .

Die Beugungsmaxima  $M_n$  befinden sich dann in der Brennebene an den Positionen

$$\xi_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot f}{g} \quad \text{mit } f = \text{Brennweite der Objektivlinse.} \quad (2)$$

Der Abstand benachbarter Beugungsmaxima ist also durch

$$\xi = \frac{\lambda \cdot f}{g} \quad (3)$$

gegeben.

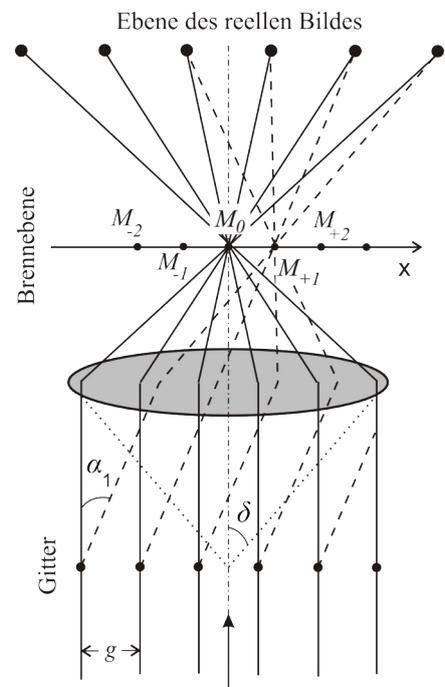


Abbildung 3: Beugung und Abbildung eines Gitters.

Die Größe  $\xi/(\lambda f) = 1/g$  wird Raumfrequenz genannt und in der Fourieroptik behandelt. Dort ist z. B. der erste Grundgedanke von Abbe durch folgende Formulierung zu ersetzen: Die Feldverteilung in der Brennebene ist zu der (orts-)fouriertransformierten Feldverteilung am Objekt proportional. Das Beugungsmuster kann daher auch Beugungsspektrum genannt werden.

Sie können sich vorstellen, was passiert, wenn in der Brennebene nicht einmal mehr Platz für das Beugungsmaximum 1. Ordnung ist. Sie erhalten dann in der Ebene des reellen Bildes nur Strahlen aus der einzigen punktförmigen Lichtquelle  $M_0$ , d. h. die Ebene des reellen Bildes wird gleichmäßig ausgeleuchtet, vom Gitter ist keine Spur mehr zu sehen.

Damit ein Bild des Gitters in der Ebene des reellen Bildes entstehen kann, muss man mindestens die Beugungsmaxima 1. Ordnung  $M_{+1}$  und  $M_{-1}$  in der bildseitigen Brennebene unterbringen. Damit im Beugungsspektrum die 1. Ordnung entstehen kann, muss also gelten

$$\alpha_{\pm 1} < \delta \quad \text{also} \quad \sin \alpha_{\pm 1} < \sin \delta, \quad (4)$$

wobei  $\delta$  der halbe Öffnungswinkel des Strahlenbündels ist, das von der Mitte des Objektes zur Linse gelangt.

Die Gleichungen (1) und (4) implizieren

$$g = \frac{\lambda}{\sin \alpha_{\pm 1}} > \frac{\lambda}{\sin \delta} := g_0 \quad (5)$$

Das damit definierte

$$g_0 = \frac{\lambda}{\sin \delta} \quad (6)$$

ist somit der kleinste Strichabstand, der mit dem optischen System (hier Linse) noch deutlich abgebildet werden kann.

Als **Auflösungsvermögen** wird die Größe

$$\frac{1}{g_0} = \frac{\sin \delta}{\lambda} \quad (7)$$

bezeichnet. Wird statt in Luft in einem Medium mit dem Brechungsindex  $n$  gearbeitet, so ist (7) durch  $(n \cdot \sin \delta)/\lambda$  zu ersetzen. Das Produkt  $n \cdot \sin \delta$  wird **numerische Apertur** genannt.

Inbesondere hängt das Auflösungsvermögen also nicht von der Brennweite und damit von der Vergrößerung des Objektivs ab.

In diesem Experiment begrenzt jedoch nicht wie beim „echten“ Mikroskop die Ausdehnung der Objektivlinse die Zahl der am Geschehen teilnehmenden Beugungsmaxima  $M_i$ , sondern die  $M_i$  werden in der Brennebene gezielt ausgeblendet.

## 2 Aufgaben und Hinweise

### Sicherheitshinweise

#### Achtung Laserstrahl!

Nicht direkt in den Strahl blicken. Reflexe in Augenhöhe vermeiden.

Laser nur dann einschalten, wenn dieser im Reiter auf der optischen Bank montiert ist.

Leistung: kleiner 0,2 mW, bei Druck auf grüne Taste kleiner 1 mW.

### 2.1 Grundgedanken

Formulieren Sie in wenigen Sätzen mit eigenen Worten die Grundgedanken zur Bildentstehung nach Abbe. Wenn dies schon in Ihrer Einführung zum Experiment geschehen ist, so reicht es an dieser Stelle aus, darauf zu verweisen.

### 2.2 Mikroskopmodell aus zwei Linsen

Der im Folgenden geschilderte Aufbau muss sorgfältig erfolgen. Alle Elemente sollen in einer Höhe justiert sein, nämlich in der der optischen Achse. Die optische Achse soll sich ca. 21,5 cm über der Oberkante der Dreikantschiene (optische Bank) befinden. Nach dem Einstudieren sind die Reiter festzuziehen, sofern sie nicht hin- und herzuschieben sind.

Beachten Sie, dass im Lampengehäuse bereits eine Kondensorlinse eingebaut ist und dass man die Lage der Glühwendel relativ zum Brennpunkt dieser Linse justieren kann. Um die Justagemöglichkeiten zu erkennen, ziehen Sie den Lampensockel aus dem Gehäuse nach hinten heraus und betrachten in Ruhe die Konstruktion.

Bauen Sie ein Modellmikroskop nach Abbildung (4) auf, wobei zunächst die Lampe mit eingebauter Kondensorlinse zu verwenden ist<sup>1</sup>. Den Spalt lassen Sie zunächst weg. Als Objektiv wählen Sie die Linse mit  $f = 10$  cm, als Projektionslinse die mit  $f = 5$  cm. Die für ein Mikroskop ungewöhnliche Wahl der Brennweiten hat rein praktische Gründe.

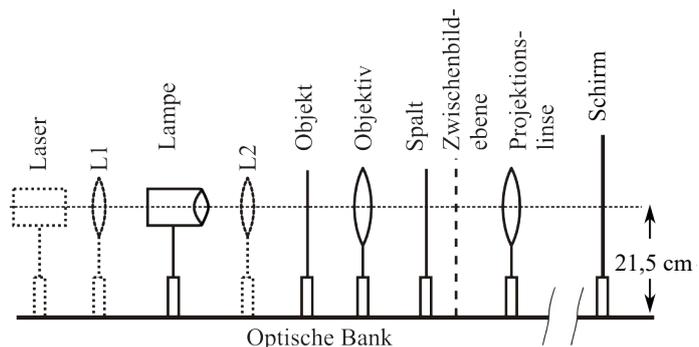


Abbildung 4: Aufbauskitze, Lampe und (Laser + L1 + L2) sind alternativ zu sehen.

Der Abstand der Beugungsmaxima in Abschnitt (2.3) wäre nämlich unangenehm klein, wenn man die  $f = 5$  cm-Linse als Objektiv verwenden würde.

<sup>1</sup> Beginn: Lampe und Schirm alleine verwenden. Glühwendel auf Mitte Schirm abbilden. Dann Lampensockel etwas ins Gehäuse hineinschieben.

Als Objekt dient in diesem Versuchsteil ein Plexiglasmaßstab. Das vergrößerte Zwischenbild finden Sie mit einem dazwischen gehaltenen Blatt Papier. Richten Sie den Schirm nicht zu nahe ein, so dass eine ordentliche Vergrößerung zu sehen ist.

Messen Sie die Vergrößerung direkt,  $V_1$ , und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus den Abständen berechneten Wert  $V_2$ .

$V_2$  erhalten Sie aus den Abbildungsgesetzen mit Gegenstands- und Bildweiten sowie den Brennweiten. Berechnen Sie vor der Messung den allgemeinen Ausdruck für  $V_2$ , damit Sie sehen, welche Abstände Sie messen müssen und welche nicht. Man kann nämlich auf schlecht bzw. nur ungenau messbare Abstände verzichten. Die Brennweiten können als fehlerfreie Konstanten angesehen werden.

Geben Sie  $V_1$  und  $V_2$  mit der jeweiligen Messgenauigkeit übersichtlich als Endergebnis an.

### 2.3 Untersuchungen mit der Diffraktionsplatte

Die weiteren Versuche werden mit einem Laser mit grünem Licht durchgeführt ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ), dessen Strahl durch zwei Linsen (L1 mit  $f = 22 \text{ mm}$  und L2 mit  $f = 100 \text{ mm}$ ) aufgeweitet werden soll.

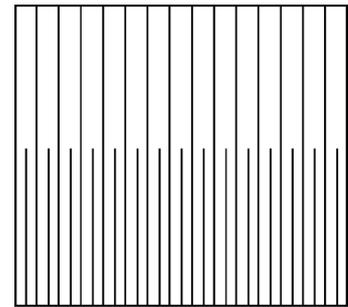


Abbildung 5: Abbesche Diffraktionsplatte.

Wie groß muss der Abstand der beiden Linsen sein, um paralleles Licht zu erzeugen? Skizzieren Sie den Strahlengang der Aufweitung während des Versuchs ins Messprotokoll, wobei Sie annehmen dürfen, dass paralleles Licht den Laser verlässt.

Besonders die laterale Position von L1 ist hinsichtlich der Qualität der weiteren Schirmbilder kritisch: Schon leichter seitlicher Versatz bewirkt eine erhebliche Abweichung der Richtung des austretenden Strahls von der optischen Achse.

Ersetzen Sie den Plexiglasmaßstab durch die Abbesche Diffraktionsplatte, siehe Abbildung (5). Die Gitterkonstanten der beiden Teilgitter unterscheiden sich um den Faktor 2.

**Achtung: Die Diffraktionsplatte ist ein Dia ohne Schutzgläser – Fingerabdrücke unbedingt vermeiden!**

Sie können nun durch Verschieben einer Komponente das vergrößerte Gitter auf dem Schirm scharf stellen. Überlegen Sie, welche Komponenten Sie verschieben dürfen, damit die gleiche Vergrößerung wie im letzten Abschnitt (2.2) erhalten. Diese Überlegung notieren Sie im Messprotokoll und erläutern sie dort in wenigen Worten. Eventuell die grüne Taste am Laser drücken (mit Maßen drücken, Laserhalterung nicht verbiegen).

Im Folgenden beziehen sich die Angaben „links“ und „rechts“ auf Abbildung (4).

Setzen Sie einen Anschlag rechts vom Reiter der Projektionslinse auf die Bank und ziehen Sie ihn fest. Dann schieben Sie die Projektionslinse nach links, bis auf dem Schirm das Abbild der Beugungsfigur erscheint. Für diese Linsenposition setzen Sie links des Reiters einen Anschlag.

Sie können auf diese Weise leicht zwischen der Abbildung des Gitters und der Abbildung der Beugungsfigur wechseln.

## 2.4 Messung der Gitterkonstanten der Abbeschen Diffraktionsplatte

Bestimmen Sie die beiden Gitterkonstanten  $g$  der Abbeschen Diffraktionsplatte aus dem Gitterbild. Messen Sie dazu die Abstände der Striche auf dem Schirm und verwenden Sie die Vergrößerung des Mikroskopmodells aus Abschnitt (2.2). Dies ist natürlich nur dann möglich, wenn Sie in Abschnitt (2.3) die richtige Komponente zum Scharfstellen verschoben haben.

Nun bestimmen Sie die Gitterkonstanten aus dem vergrößerten Beugungsbild (vergrößerte Abstände  $\xi$ ). Dazu müssen die Linsengesetze und die angegebene Brennweite verwendet werden. Messen Sie dabei besser die Bild- oder die Gegenstandsweite? Die Gitterkonstanten der Platte folgen dann mit der Gitterformel (3), wobei natürlich der Faktor 2 zwischen beiden Gitterabständen berücksichtigt werden muss.

Vergleichen Sie die Werte für die Gitterkonstanten unter Angabe der jeweiligen Genauigkeit (Angaben in Form einer Tabelle!).

## 2.5 Veränderungen am Beugungsmuster

Durch Manipulationen am Beugungsmuster lässt sich das Bild beeinflussen. Mithilfe des einstellbaren Spalts und der bereitliegenden Dias mit verschiedenen Spaltblenden lassen sich einige in der Brennebene des Objektivs entstehende Beugungsordnungen ausblenden.

Das Ausblenden von bestimmten Beugungsordnungen wird dadurch erleichtert, dass die Kanten der Blenden gleichzeitig mit dem Beugungsmuster scharf auf dem Schirm zu sehen sein müssen, wenn sich die Blende wirklich in der Brennebene des Objektivs befindet.

Beschreiben und Sie kurz folgende Experimente und erklären Sie die von Ihnen beobachteten Schirmbilder:

### 2.5.1 Verwendung der 0. Ordnung allein

Lassen Sie nur die 0. Ordnung des Beugungsmusters durch. Dies erreichen Sie mit dem verstellbaren Spalt auf dem Verschiebereiter.

### **2.5.2 Verwendung der 0. und 1. Ordnung des breiten Gitters**

Lassen Sie nur die 0. und 1. Ordnung des Beugungsmusters des breiten Gitters passieren. Was sieht man im Bereich des feinen Gitters?

### **2.5.3 0., 1. und 2. Ordnung des breiten Gitters**

Beschreiben Sie den Unterschied im Bild, wenn die 0., 1. und 2. Ordnung des breiten Gitters durchgelassen wird.

### **2.5.4 Dreifachspaltblende**

Durch eine dreifache Spaltblende sollen nur die 0. Ordnung und die beiden Maxima 2. Ordnung des breiten und damit die der 1. Ordnungen des engen Gitters durchgelassen werden. Die 1. Ordnung des breiten Gitters wird ausgeblendet. Sie müssen die Dreifachspaltblende dazu seitlich und in der Höhe verschieben – diese Justage ist nicht ganz einfach.

Geben Sie eine Erklärung für das Aussehen der Bildstruktur auf dem Schirm.

## **2.6 Untersuchungen mit dem Kreuzgitter**

Ersetzen Sie die Diffraktionsplatte durch das Kreuzgitter und die Dreifach-Spaltblende durch den einstellbaren drehbaren Spalt. Beschreiben und erklären Sie die experimentellen Resultate bei folgenden Versuchen:

### **2.6.1 Vertikale Stellung des Spalts**

Stellen Sie den Spalt bei maximaler Breite vertikal und verkleinern Sie sukzessive die Spaltbreite.

### **2.6.2 Horizontale Stellung des Spalts**

Gehen Sie analog zu Aufgabe 2.6.1 vor, jedoch nun mit horizontaler Spaltstellung.

### **2.6.3 Diagonale Stellung des Spalts**

Verfahren Sie erneut wie in Aufgabe 2.6.1, jedoch jetzt mit diagonaler Spaltstellung.