

Potentialverteilungen mit dem elektrolytischen Trog

Ziele

- Aufbau einer Brückenschaltung
- Messungen von Potentialverteilungen
- Vergleich mit berechneten Verteilungen

1 Grundlagen

Zur Erinnerung in aller Kürze: Das an einem Raumpunkt P herrschende **elektrostatische Potential** Φ entspricht der Arbeit W , die benötigt wird (oder die freigesetzt wird), um eine Ladung von einem Bezugspunkt nach P zu bringen, dividiert durch die Ladungsmenge Q . Also gilt $\Phi = \frac{W}{Q}$. Wie jedes andere Potential ist also auch Φ nicht absolut definiert, sondern hängt von der Wahl des Bezugspunktes ab. Dagegen liegt die Differenz der Potentiale zweier Punkte P_1 und P_2 immer eindeutig fest. Die Größe $\Phi_1 - \Phi_2$ erhält daher einen eigenen Namen, die **elektrische Spannung**

$U_{1,2}$. Misst man $U_{1,2}$ für verschiedene Punkte P_1 gegen einen festen Bezugspunkt P_2 , so erhält man Information über die Verteilung des Potentials.¹In diesem Versuch soll nun der Φ -Verlauf $\Phi(x, y)$ in einem Gebiet zwischen Metallelektroden gemessen werden. Abbildung (1) zeigt das Prinzip.

Die Elektroden werden durch eine Spannungsquelle U auf konstantem Potential gehalten. Eine der Elektroden dient als Referenzpunkt P_2 , während P_1 (Kreuz) im Untersuchungsgebiet abgetastet wird.

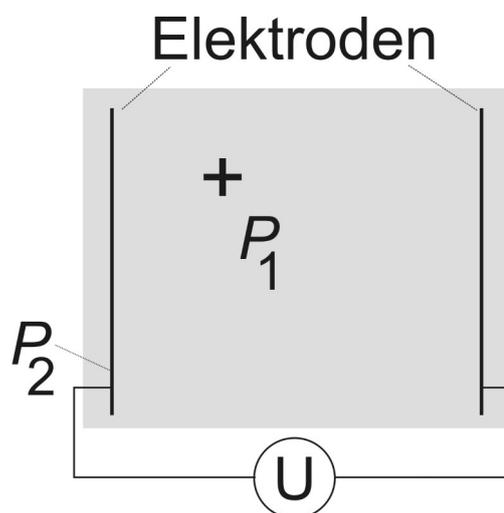


Abbildung 1: Versuchsprinzip und einige relevante Größen. Das interessierende Gebiet ist grau hinterlegt, Sie können es mit dem elektrolytischen Trog identifizieren.

¹ Der enge Zusammenhang von Potential und Spannung macht verständlich, warum in der Physik diese beiden Begriffe häufig durcheinander geworfen werden.

Zur hinreichenden Kenntnis der Potentialverteilung wird die Messung sehr vieler Punkte P_1 erforderlich sein. In diesem Versuch wird allerdings ein wenig anders vorgegangen. In einem Schritt werden nur genügend viele Punkte P_1 , die einer Probespannung $U_p < U$ gegen P_2 entsprechen, gesucht. Alle diese Punkte P_1 besitzen daher das gleiche Potential. Sie liegen im vorliegenden zweidimensionalen Versuchsaufbau auf relativ glatten Linien. Diese Linien werden **Äquipotentiallinien** genannt. Im nächsten Schritt wird U_p neu eingestellt und die neue, dazugehörige Äquipotentiallinie gemessen. Die Gesamtheit der Äquipotentiallinien gibt dann hinreichenden Aufschluss über die Potentialwerte an dazwischen liegenden Punkten. Auch der Verlauf des **elektrischen Feldes** lässt sich dann in der Ihnen bekannten Weise konstruieren (siehe Lehrbuch).

Bekanntlich herrscht auf Leitern überall der gleiche Spannungswert, weshalb die Elektrodenoberflächen Äquipotentialflächen darstellen, im hier vorliegenden zweidimensionalen Fall Äquipotentiallinien. Diese Äquipotentiallinien müssen natürlich nicht gemessen werden. Sie stellen die sogenannten „bekannten Randbedingungen“ dar.

Rechnerisch kann das Potential $\Phi(x, y)$ durch Lösen der Laplace-Gleichung, hier im raumladungsfreien Fall, erfolgen. Die Gleichung lautet im Zweidimensionalen

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 . \quad (1)$$

Gleichung (1) beschreibt eine partielle Differentialgleichung kann bei gegebenen Randbedingungen, nämlich dem Potential auf den Elektroden und in der Umgebung, numerisch gelöst werden. Es existieren viele numerische Verfahren für diese Aufgabe, von denen Sie in Ihrem weiteren Studium sicher das eine oder andere kennen lernen werden. Moderne Computer erledigen die Rechenaufgabe für einfache Anordnungen in Sekunden, weshalb das experimentelle Ausmessen nur noch im Praktikum zu Ausbildungszwecken durchgeführt wird. Sie können Ihre experimentellen Ergebnisse zum Schluss mit einer Computerrechnung vergleichen, die Sie mit einem Finite-Elemente-Programm durchführen können. Betrachten Sie die numerische Methode an dieser Stelle als „Black-Box“. Jede adäquate Beschreibung der Methode würde den Versuchsumfang sprengen.

1.1 Aufbau und Messprinzip

Der sogenannte elektrolytische Trog besteht aus einer flachen, mit Leitungswasser gefüllten Wanne. Die Wasserschicht entspricht der x, y -Ebene. Die Elektroden bestehen aus Edelstahlblechen, die in z -Richtung eben sind und die senkrecht auf den Wanneboden gestellt werden. In der folgenden Abbildung wird nur die Projektion der Elektroden auf die x, y -Ebene dargestellt. Mit Kabeln

werden die Elektroden an eine Spannungsquelle angeschlossen und es entsteht ein elektrisches Potential im Gebiet zwischen den Elektroden. Wie dieses Potential mit der sogenannten Brückenschaltung gemessen wird, soll nun erläutert werden.

Grundlage der Ortsmessung der Punkte P_1 gleichen Potentials bildet eine Brückenschaltung. Die im Prinzip gleiche Schaltung zur Messung von Widerständen ist als Wheatstone-Brücke bekannt. Abbildung (2) zeigt beide Schaltungen im Vergleich, beim Trog für eine einfache Elektrodenanordnung, dem Plattenkondensator.

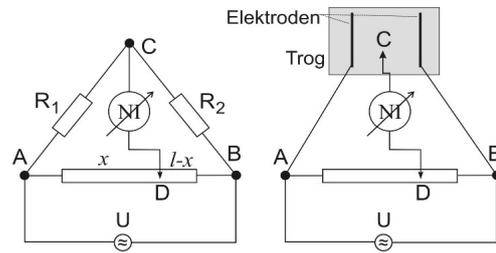


Abbildung 2: Vergleich Wheatstonesche Brücke zur Widerstandsmessung und Brückenschaltung beim elektrolytischen Trog. Die hier gezeigte Elektrodenanordnung entspricht einem Plattenkondensator. Punkt C entspricht P_1 aus Abbildung (1) und Punkt A entspricht P_2 .

Das Wasser im Gebiet zwischen der Sondenspitze C und den Elektroden nimmt die Rolle der beiden

Widerstände R_1 und R_2 ein. Beide haben recht hohe Werte, da das verwendete Leitungswasser ein schlechter Leiter ist. Sie sind in diesem Versuch aber nicht von Interesse. Hier möchte man „nur“ die Position der Spitze C finden, bei der das gleiche Potential herrscht wie am Punkt D, dem Schleifer eines Widerstandsdrahtes. Die Spannung zwischen A und D entspricht der im ersten Abschnitt erwähnten Vergleichsspannung U_p .

Widerstandsdraht und Schleifer in Abbildung (2) sind beim tatsächlichen Aufbau Bestandteil eines handelsüblichen Potentiometers, das auf einer Steckplatte für experimentelle Schaltungen sitzt. Es handelt sich um ein sogenanntes 10-Gang-Potentiometer, d. h. man kann mit 10 Umdrehungen 0 ... 100% der zwischen A und B angelegten Spannung am Schleifer D abgreifen.

Durch Verschieben der Spitze bei C bei festem Punkt D kann man alle Stellen finden, für die die Brücke abgeglichen ist. Die betreffenden Punkte liegen auf einer Äquipotentiallinie, die dann durch Interpolation kontinuierlich gezeichnet werden kann. Stellt man verschiedene Spannungswerte bei D ein, kann der gesamte Potentialverlauf ermittelt werden.

Da ja permanent durch das Wasser Strom fließt, würde bei Verwendung von Gleichspannung Elektrolyse auftreten. Dies könnte Ionenladungen vor allem an den Elektroden erzeugen, die den Feld- und Potentialverlauf verzerren würden. Daher wird mit Wechselspannung gearbeitet, wodurch diese Effekte vermieden werden. Gleichwohl wird der Aufbau „elektrolytischer Trog“ genannt. Die Verwendung von Wechselspannung hat keinerlei Einfluss auf das Messergebnis, da lediglich die Verhältnisse der Elektroden Spannungen und nicht deren absolute Werte für die Feldverteilung ausschlaggebend sind (Skalierbarkeit).

Als Spannungsquelle dient ein Sinusgenerator, der mit fester Frequenz von ca. 700 Hz arbeitet.

Das Nullinstrument NI ist durch einen Wechselspannungsverstärker realisiert, der ein Multimeter als Anzeigeelement hat. Die dem Verstärkerausgang angepasste Empfindlichkeit des Multimeters beträgt „3 V Wechselspannung“.

Das NI zeigt dann einen minimalen Ausschlag, wenn C und D auf gleichem Potential liegen. Der Ausschlag ist nur minimal und nicht exakt Null. Dies rührt daher, dass auch Kapazitäten zwischen der Spitze und den Elektroden vorhanden sind. Es besteht daher eine Phasenverschiebung zwischen U_{AC} und U_{AD} , die durch Verstellung des Potentiometers alleine nicht beseitigt werden kann. Im Versuch zur Wheatstone-Brücke wird der entsprechende Effekt bei einer Spule untersucht. Wenn Sie nicht zu viel Wasser verwenden, bleibt die Phasenverschiebung jedoch so klein, dass das Minimum näherungsweise die Stelle für $U_{CD} = 0$ angibt.

Die Verstärkung, d. h. die Empfindlichkeit des NI kann am Verstärker eingestellt werden, wovon Sie unbedingt Gebrauch machen sollten. Es kann nichts kaputt gehen.

Um mehr als zwei Elektroden auf definierte Potentiale legen zu können, ist ein zweites 10-Gang-Potentiometer vorhanden, das parallel zum Potentiometer für die zu messende Spannung (Punkt D) geschaltet werden kann.

1.2 Leicht zu übersehende Probleme

Das Messprinzip beim elektrolytischen Trog erscheint recht einfach, und die Ergebnisse wirken sehr anschaulich. Bevor aber zur Aufgabenstellung übergegangen wird, muss man sich die Frage stellen, ob solch ein Elektrodenaufbau überhaupt für praktische Anwendungen sinnvoll sein kann.

Das Ausmessen von Äquipotentiallinien mit dem elektrolytischen Trog wurde vor dem Computerzeitalter verwendet, um die Potentialverteilung und damit den Feldverlauf von Elektrodenanordnungen zu ermitteln, die beispielsweise in Elektronenstrahlröhren Verwendung finden. Dabei sind aber vier Punkte zu beachten, die man gerne übersieht. Die tatsächlich interessierenden Anordnungen haben in der Regel erstens andere Abmessungen als die Modellaufbauten im Trog, sie werden zweitens mit anderen Spannungen betrieben (z. B. Hochspannung), sie sind drittens dreidimensional und viertens ist Wasser ja ein Dielektrikum, das im „echten“ Aufbau in der Regel nicht vorhanden ist.

Weshalb kann das Versuchsergebnis dann relevant sein, ist der zweidimensionale Trog mehr als eine Spielerei?

Die ersten beiden Punkte werden durch die Ähnlichkeitsgesetze geregelt: Solange tatsächlicher Aufbau und Modellaufbau dieselben Größenverhältnisse besitzen, also sich lediglich um einen

Skalenfaktor unterscheiden, bleiben die Feld- und Potentialverläufe unverändert. Gleiches gilt für die Größenverhältnisse der Elektroden Spannungen. Beide Punkte werden elegant in der theoretischen Physik behandelt.

Der dritte Punkt bedeutet hingegen eine Einschränkung der Verwendbarkeit des Troges: Nur solche Schnitte durch dreidimensionale Anordnungen können exakt wiedergegeben werden, bei denen die Elektroden senkrecht zum Trog, also in z -Richtung, keine Krümmung haben. Dann besitzt auch das Potential in z -Richtung keine Krümmung und der Term $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$ in der dreidimensionalen Laplace-Gleichung kann wegfallen, es liegt tatsächlich ein quasi zweidimensionales Problem vor.

Ein zweidimensionales Problem kann der elektrolytische Trog aber tatsächlich darstellen, obwohl die Elektroden in z -Richtung, also senkrecht zur Tischebene, alles andere als sehr lang sind (die Blechstreifen sind ca. 3 cm hoch). Wie kann das sein?

Hier kommt das Dielektrikum Wasser ins Spiel, welches mit $\epsilon \approx 80$ eine relativ hohe Dielektrizitätskonstante besitzt. Dieser hohe Wert führt dazu, dass die elektrischen Feldlinien im Wasser „gehalten“ werden, ähnlich wie die magnetischen Feldlinien beim Eisenjoch eines Elektromagneten. Abbildung (3) zeigt diesen Sachverhalt anhand numerisch berechneter Äquipotentiallinien. Die Größenverhältnisse entsprechen dem verwendeten Aufbau.

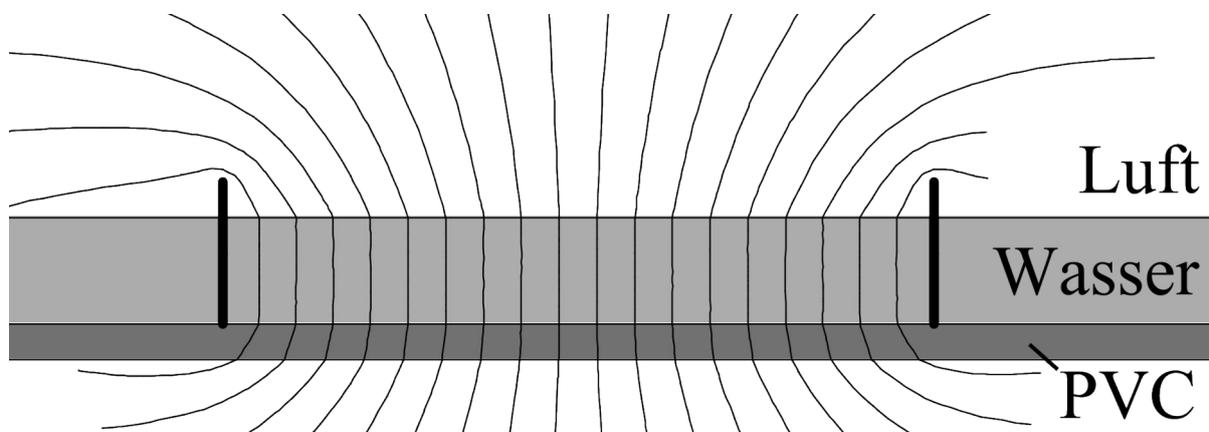


Abbildung 3: Äquipotentiallinienverlauf zwischen parallelen Platten mit Wasser als Dielektrikum.

Im Wasser liegen die Äquipotentiallinien parallel, wie man es für einen „richtigen“ Plattenkondensator erwartet, bei dem die Plattenabmessungen viel größer als der Plattenabstand sind.

Ein interessanter Fall, bei dem man vorgibt, mit dem Trog die Φ -Verteilung einer dreidimensionalen Anordnung zu messen, ist die Anordnung „Punktladung vor ebener Platte“ (Aufgabe 2.2). Diese Anordnung wird deshalb gerne gewählt, weil man mit ihr die Potential- und Feldkonstruktion mit der Methode der Bildladungen erlernt (siehe Lehrbuch). Während die Platte noch hinsichtlich der z -Richtung eben ist, kann man das von einer Kugel, welche die Punktladung darstellen soll, nun

gerade nicht behaupten. Was man mit der in Abbildung (6) gezeigten Anordnung tatsächlich misst, ist der Φ -Verlauf eines geladenen Stabes vor einer Platte. Die scheibenförmige Elektrode stellt einen Querschnitt durch den Stab dar.

Dennoch entspricht der gemessene Potentialverlauf in etwa dem, was man von einer Punktladung vor einer Platte aus den Büchern oder der Vorlesung kennt. Ein quantitativer Vergleich enthüllt signifikante Unterschiede: Abbildung (4) zeigt einige berechnete Äquipotentiallinien von einer Punktladung bei $x = 0, y = 1,1$ vor der Platte (bei $y = 0$ und senkrecht zur y -Achse) als schwarze Linien. Die grauen Linien gehören zu einem geladenen dünnen Stab, der bei $x = 0, y = 1,1$ senkrecht auf der x, y -Ebene steht. Die Verläufe sind ähnlich aber doch deutlich unterschiedlich.

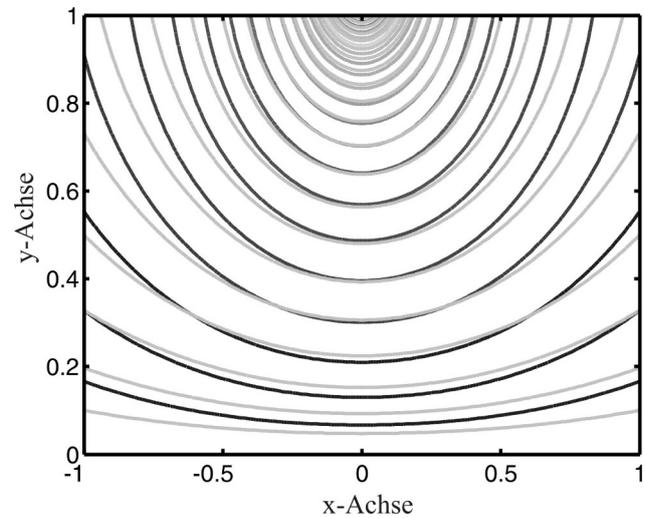


Abbildung 4: Schwarze Linien: Einige berechnete Φ -Verläufe für eine Punktladung (bei $x = 0, y = 1,1$) vor einer ebenen Platte (bei $y = 0$ und senkrecht zur y -Achse). Zum Vergleich in grau: Berechnete Φ -Verläufe für einen geladenen Stab, siehe Text.

2 Aufgaben und Hinweise

Eine über dem Trog befindliche Kamera nimmt vor der Messung ein Bild (Momentaufnahme = Messbild) der Elektrodenanordnung auf und überträgt dieses an einen PC. Im Live-Bild werden die Positionen der Spitze im Fall des Abgleichs der Wheatstone-Brückenschaltung durch Betätigen der linken Maustaste markiert und erscheinen als Punkte automatisch im Messbild. Die Bildaufnahme geschieht mittels eines „Python“-Skriptes. Über die Bedienung informiert Sie die ausliegende Anleitung.

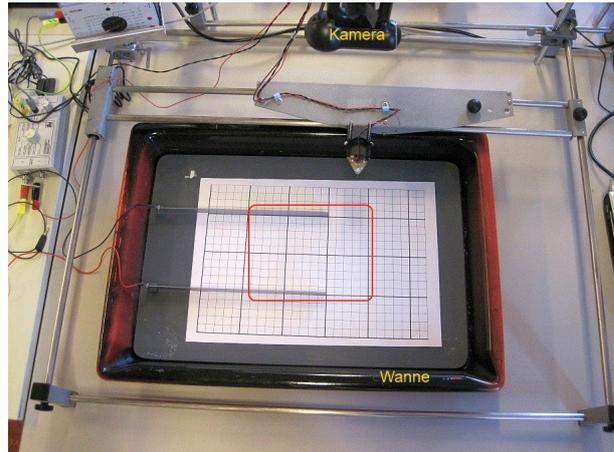


Abbildung 5: Elektrodenanordnung zum Plattenkondensator. Das rot umrandete Gebiet soll vermessen werden. Die Kamera soll ungefähr senkrecht darüber hängen.

2.1 Messung des Potentialverlaufs bei einem Plattenkondensator

Bauen Sie die Schaltung auf.

Geräteschonung

Niemals den Frequenzgenerator direkt an den Schleiferkontakt eines Potentiometers anschließen. Das Potentiometer kann zerstört werden.

Die Edelstahlelektroden sind mit je einem Standfüßchen² am Ende der Elektrode parallel zu den Längsseiten der Wanne in 15 cm Abstand (Skala in Zentimetereinteilung auf dem Wannensboden) aufzustellen. Dann fügen Sie mit einer Gießkanne Wasser hinzu. Die Elektroden sollen etwa zu zwei Dritteln aus dem Wasser herausragen.

Der verschiebbare Arm mit der Spitze C kann bei Bedarf hochgeklappt werden. Bitte dabei den verschiebbaren Wagen, der die Spitze trägt, gut festhalten. Die Kabel zu den Elektroden sollen so verlegt werden, dass sie die spätere Messung nicht stören. Nach der Verkabelung muss die Spitze so weit abgesenkt werden, dass sie ca. 1 mm eintaucht. Fahren Sie zur Erzeugung des Messbildes die Spitze aus dem Bereich zwischen den Platten nach oben heraus.

Messen Sie den Potentialverlauf in Schritten von 25 % der Generatorspannung, wobei Sie in dem in Abbildung (5) gezeigten rot umrandeten Gebiet messen sollen. Stimmen Form und die Orte der gemessenen Äquipotentiallinien mit den für einen Plattenkondensator zu erwartenden überein?

Prüfen Sie an einer Stelle, ob, wie zu erwarten, der Abgleich von der Höhe der Generatorspannung unabhängig ist.

2 Graue Plastikwürfel mit Schlitz.

Interpolieren Sie Äquipotentiallinien zwischen den Messpunkten frei Hand. Zeichnen Sie elektrische Feldlinien ein, indem Sie diese auf der Platte in gleichem Abstand loslaufen lassen. Bedenken Sie bei der Interpretation des Ergebnisses, welche Bedeutung der Abstand von elektrischen Feldlinien besitzt.

Die Konstruktion der elektrischen Feldlinien soll möglichst sorgfältig geschehen. Dazu müssen die Äquipotentiallinien ebenfalls möglichst sorgfältig eingezeichnet werden.

Es kann hilfreich sein, die Bilder vor dem Ausdruck zu invertieren (Negativ erstellen). Häufig ist das Negativ heller und Sie können die Linien leichter zeichnen.

2.2 „Punktladung vor ebener Platte“

Messen Sie den Potentialverlauf in sinnvollen Schritten, wobei Sie auch hier die Symmetrie des Aufbaus beachten sollten.

Prüfen Sie an einer interessanten Äquipotentiallinie, ob der Potentialverlauf von der Spannung zwischen den Elektroden abhängt. Schildern Sie im Protokoll Ihr Vorgehen bei diesem Teilversuch.

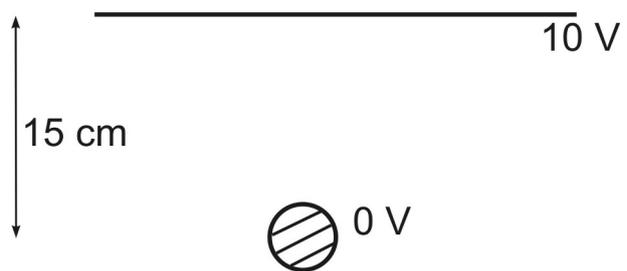


Abbildung 6: Punktladung vor ebener Platte.

Zeichnen Sie wie oben Äquipotentiallinien. Konstruieren Sie die zugehörigen elektrischen Feldlinien, indem Sie diese auf der Platte in gleichem Abstand (Bedeutung des Abstands bei elektrischen Feldlinien?) beginnen lassen.

2.3 Mehrelektrodenanordnung

Ermitteln Sie den Φ - und den Feldverlauf für die in der Abbildung (7) skizzierte Anordnung, vor allem im Bereich der Mittelachse. Der tatsächliche Aufbau im Trog kann natürlich nur als Modell dieser Anordnung angesehen werden.

Wie skalieren Sie die Abstände für Ihren tatsächlichen Aufbau am geschicktesten?

Eine ähnliche Elektrodenkonfiguration kann zur Formierung eines Elektronenstrahls dienen. Das Ergebnis wird dies verdeutlichen.

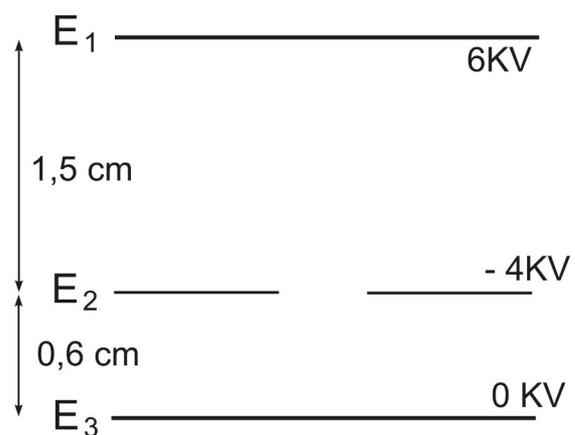


Abbildung 7: Mehrelektrodenanordnung. Die Öffnung bei E_2 soll 0,6 cm betragen.

Natürlich können Sie ebenso wie die Abstände auch die angegebenen Potentiale im Trog nicht

realisieren. Begründen Sie daher, warum Sie mit den zwischen jeweils beiden Elektroden anlegbaren Spannungen dennoch ein realistisches Bild der Potentialverläufe erhalten können. Denken Sie an „Ähnlichkeit“ und „freie Wahl des Bezugspunktes“.

Um das hierbei benötigte dritte Elektrodenpotential einstellen zu können, benötigen Sie ein zweites 10-Gang-Potentiometer, das Sie parallel zum Potentiometer für die Spitze schalten (siehe Anhang).

Messen Sie den Verlauf für 8 interessante Äquipotentiallinien, allerdings nicht 8 Linien dicht vor Elektrode E_1 .

Natürlich ist der Bereich nahe der Elektrode E_2 der interessanteste, denn dicht daran liegende Äquipotentiallinien laufen um die beiden Halbelektroden herum. Das Gebiet der Öffnung von E_2 ist schwer zu messen, da in der Mitte der Blende das Potential sich kaum ändert. Hier können Sie Experimentiergeschick zeigen.

Empfehlung dazu: Bringen Sie die Prüfspitze innerhalb der Blendenöffnung an eine Stelle, die einige Millimeter vom Ende einer Elektrode entfernt ist. Verstellen Sie nun das Potentiometer für die Vergleichsspannung U_D so, dass das NI ein Minimum anzeigt. Versuchen Sie die Äquipotentiallinie des auf diese Weise eingestellten Potentials um die Halbelektrode herum zu messen, natürlich auch um die andere.

Zeichnen Sie wie im letzten Versuch die Äquipotentiallinien und einige elektrische Feldlinien ein.

Welcher Art ist der Extrempunkt von $\Phi(x, y)$ zwischen den beiden Halbelektroden von E_2 , ein Minimum, ein Maximum oder ein Sattelpunkt? Welche Möglichkeit ist mit der Laplace-Gleichung verträglich?

Eine ähnliche Elektrodenanordnung kann zur Formierung eines Elektronenstrahls dienen. Die Potentialverläufe zeigen dies. In diesem Zusammenhang das Folgende:

Ermitteln Sie den Potentialverlauf $\Phi(x)$ entlang der Mittellinie des Systems, indem Sie die Spitze an feste Stellen (Abstand 1 cm) auf der Mittellinie bringen und mit dem Potentiometer den Abgleich herstellen. Stellen Sie $\Phi(x)$ graphisch dar. Damit können Sie folgende Frage beantworten. Welche Energie muss ein Elektron, das von der Elektrode E_3 startet, mindestens besitzen, um die Blende zu passieren?

Anhang

Schaltung für zwei Elektroden

Die Schaltung für zwei Elektroden zeigt Abbildung (8). Das Potentiometer kann man sich als einen langen Draht vorstellen. Der Teil des Drahtes vom oberen Ende bis zum Schleifer bildet einen Widerstand R_1 , der untere Teil einen Widerstand R_2 (siehe auch den Versuch „Wheatstone-Brücke“). Die Spannung am Schleifer U_s

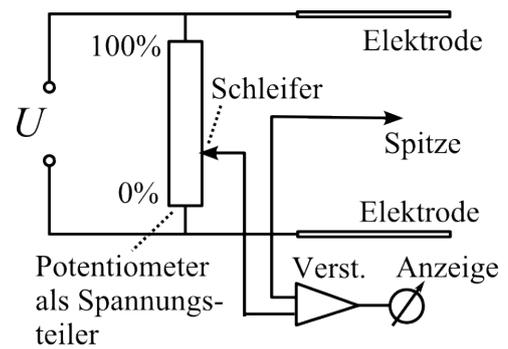


Abbildung 8: Schaltung für zwei Elektroden.

ergibt sich nach den Kirchhoffschen Regeln zu $U_s = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$. Da $R_1 + R_2$ beim Verstellen des Schleifers konstant ist, kann man zwischen 0 und 100% von U als U_s abgreifen. U_s wird im Verstärker mit der Spannung an der Spitze verglichen. Die angezeigte Spannung, eine Wechselspannung, ist proportional zur Differenz der Amplituden.

Schaltung für drei Elektroden

Der Schleifer eines zweiten Potentiometers, parallel zum ersten, wird an die dritte Elektrode angeschlossen, siehe Abbildung (9). Nach dem oben Gesagten kann man an dieser Elektrode eine Spannung zwischen null und U anlegen.

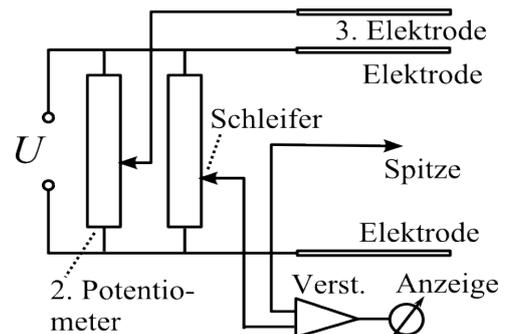


Abbildung 9: Schaltung für drei Elektroden.

Die entsprechende Formel eines Spannungsteilers ist hier

aber komplizierter, da das Wasser zwischen den Elektroden einen nicht zu vernachlässigenden Widerstand besitzt. Man sagt, „der Spannungsteiler ist belastet“. Beim ersten Potentiometer war dies nicht der Fall, da der Verstärker einen vergleichsweise großen Eingangswiderstand besitzt.

Man darf die Spannung an der dritten Elektrode also nicht anhand der Potentiometerskala einstellen. Vielmehr stellt man an Potentiometer 1 die für die dritte Elektrode gewünschte Spannung ein und berührt diese mit der Spitze. Nun stellt man am zweiten Potentiometer das Minimum der Anzeige ein. Die Brückenschaltung wird also als Messinstrument für die tatsächliche Spannung der dritten Elektrode verwendet.